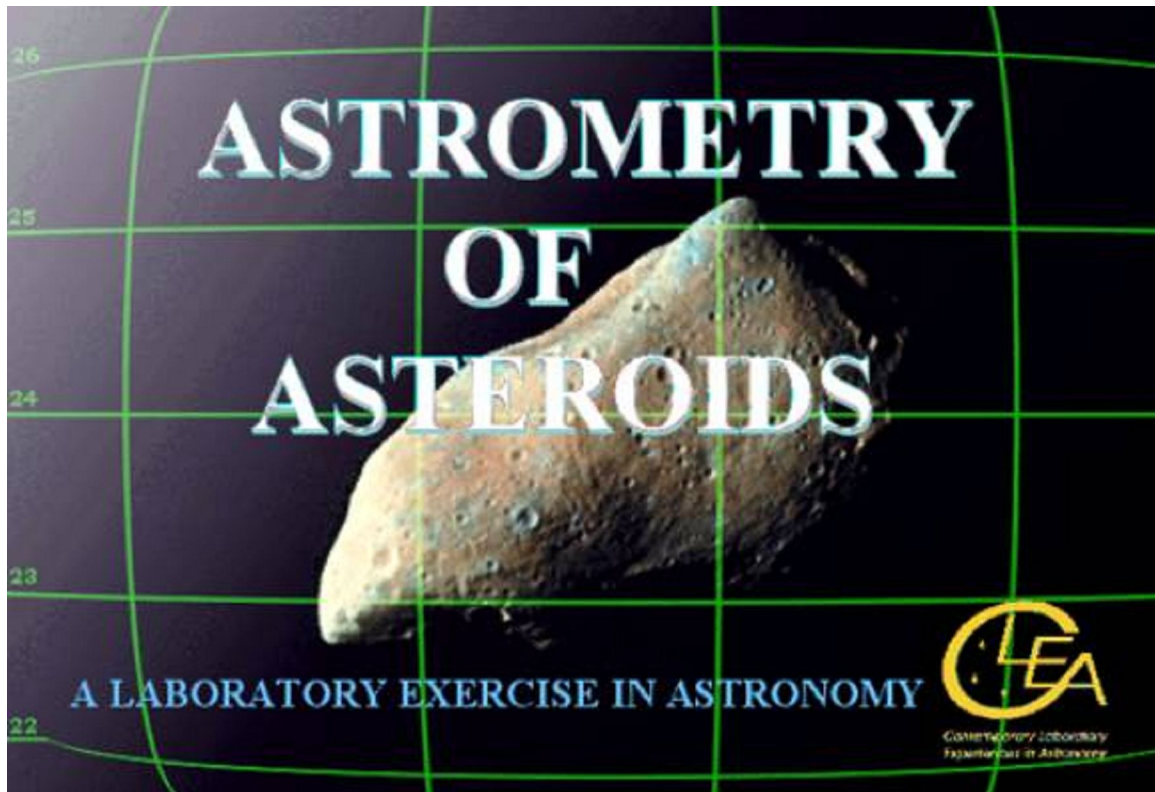


Astrometria asteroid

- podręcznik studenta



Tłumaczenie i opracowanie:
Stanisław B. A. Stawowy
Wojciech Kułynycz

Instytut Fizyki
Akademia Pedagogiczna im. KEN
Kraków, 2008

Oryginał :



Spis treści

Cele	3
Wprowadzenie	5
Część I. Poszukiwanie asteroidy	14
Część II .Wyznaczanie współrzędnych asteroidy	17
Część III. Obliczanie prędkości kątowej	22
Część IV. Pomiar odległości metodą paralaksy	26
Część V. Prędkość tangencjalna Asteroidy 1992 JB	31
Pytania dodatkowe.....	32
Zakończenie.....	34

Cele

Ogólne

- Powinieneś rozumieć w jaki sposób można na zdjęciach nieba odkryć poruszające się obiekty.
- Powinieneś znać zasady posługiwania się równikowym równonocnym układem współrzędnych astronomicznych w celu wyznaczania położenia obiektów na niebie.
- Powinieneś rozumieć, jak wykorzystać znane położenia gwiazd do wyznaczania położenia nieznanymi obiektów.
- Powinieneś zdawać sobie sprawę ze sposobu w jaki astronomowie mierzą paralaksę i umieć zastosować go do określenia odległości do obiektów w Układzie Słonecznym i poza nim .

Szczegółowe

Jeśli nauczylesz się :

- Wyświetlać obrazy nieba z kamery CCD używając odpowiedniego do tego programu astronomicznego.
- Nakładać pary obrazów na siebie tak aby były na przemian wyświetlane i rozpoznawać obiekty, które poruszyły się na jednym obrazie względem drugiego.
- Rozpoznawać gwiazdy stałe na podstawie Gwiazdnego Katalogu Hubble'a (GSC).
- Rozpoznawać i porównywać przykładowe gwiazdy na wykresach w Katalogu Gwiazd z gwiazdami na zdjęciu.
- Mierzyć współrzędne nieznanymi obiektów na zdjęciu używając współrzędnych gwiazd stałych z katalogu .

To powinieneś umieć :

- Znaleźć asteroidy na zdjęciach z kamer CCD .
- Wyznaczać prędkość kątową asteroidy w sekundach łuku na sekundę.
- Wyznaczać heliocentryczną paralaksę asteroidy.

- Używać paralaksy aby określić odległość do asteroidy postępując w ten sam sposób w jaki astronomowie mierzą odległość do gwiazd .
- Obliczać prędkość tangencjalną asteroidy na podstawie jej prędkości kątowej oraz jej odległości od Ziemi .

Pożyteczne terminy :

Prędkość kątowa	Jednostka astronomiczna (AU)	Stopnie	Godziny
Prędkość tangencjalna	Czas uniwersalny (UT)	Planetoida	Sekundy łuku
Mruganie obrazów	Ruchy własne	Jasność	Asteroida
Współrzędne	Rektascensja	Deklinacja	Paralaksa

Do wykonania ćwiczenia będą Ci potrzebne :

- komputer
- program *Astrometry of Asteroids* stworzony przez CLEA
- długopis i kalkulator

Wprowadzenie

Astrometria – wyznaczanie położenia gwiazd

To ćwiczenie nauczy Cię posługiwania się jednym z podstawowych narzędzi astronomii, służącym do pomiaru dokładnego położenia ciał niebieskich, zwanym astrometrią. Dzięki znajomości dokładnych położenia obiektów niebieskich możemy tworzyć mapy i atlasy nieba. Możemy także badać przemieszczanie się obiektów na niebie. Tego typu zmiany położenia obiektów są źródłem wielu informacji o nich. Na przykład paralaksa – cykliczna zmiana położenia bliskiej gwiazdy względem dalekich gwiazd w okresie roku – jest spowodowana obiegiem Ziemi wokół Słońca. Zmiana położenia gwiazdy na niebie względem innych gwiazd może być również wynikiem rzeczywistego ruchu gwiazdy w przestrzeni nazywanego ruchem własnym.

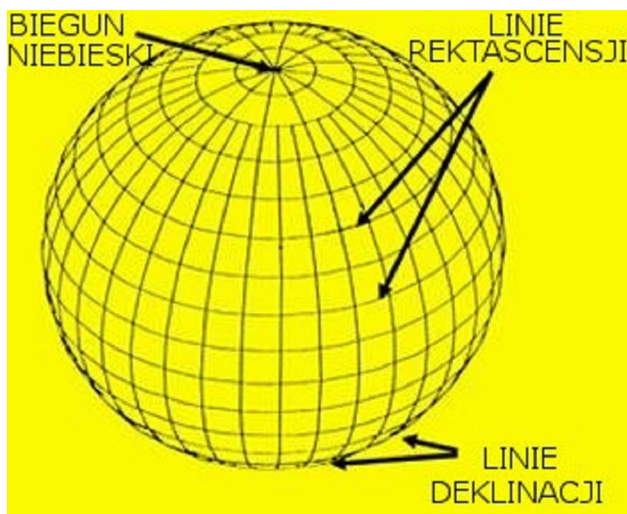
Dzięki użyciu komputerów do pomiaru pozycji obiektów na cyfrowych zdjęciach nieba, astronomowie mogą bardzo dokładnie określić ich współrzędne. Nawet przy pomocy tak prostego programu, jak ten, z którego będziesz korzystał podczas tego ćwiczenia, będziesz mógł wyznaczyć współrzędne z dokładnością większą niż 0.1 sekundy kątowej, co odpowiada średnicy monety dziesięciogroszowej widzianej z odległości 32 kilometrów. Taka dokładność nie wystarczy do zmierzenia paralaks większości gwiazd, ponieważ znajdują się one (z wyjątkiem Słońca) za daleko i mają w związku z tym bardzo małe paralaksy. Dlatego przedmiotem naszych badań podczas tych ćwiczeń będą asteroidy. Są to niewielkie skaliste ciała, których orbity najczęściej znajdują się w obrębie pasa asteroid pomiędzy Marsem a Jowiszem. Ze względu na znacznie mniejszą odległość od Ziemi, będziesz mógł łatwo zmierzyć zarówno ich paralaksę, jak i ruch własny, a metody, których się nauczysz podczas tych ćwiczeń będą mogły równie dobrze posłużyć badaniu ruchu własnego i paralaks gwiazd.

Układy współrzędnych. Astronomiczny równikowy układ współrzędnych : deklinacja i rektascensja

W jaki sposób można opisać położenie obiektu na niebie? Opisując położenie obiektu na Ziemi, podajemy jego współrzędne: długość i szerokość geograficzną. Długość geograficzna jest mierzona od południka, przechodzącego przez Greenwich, a szerokość geograficzna od równika. Obydwie

wielkości wyrażone są w stopniach (°), minutach (') i sekundach (") kątowych. Na przykład Kraków ma 20 stopni długości geograficznej wschodniej i 50 stopni szerokości geograficznej północnej.

Astronomowie używają podobnego systemu, zwanego współrzędnymi równikowymi, do określania położenia obiektów na niebie. Niebo ma dla nas postać wielkiej sfery pokrytej gwiazdami, którą oglądamy znajdując się w jej środku. Pozycja gwiazdy na niebie jest określana poprzez dwie współrzędne: rektascensję i deklinację. Deklinację oznaczamy grecką literą δ a rektascensję literą α . Współrzędne te określają położenie gwiazdy względem równika niebieskiego – wyimaginowanego okręgu na sferze niebieskiej, którego płaszczyzna jest prostopadła do osi obrotu Ziemi. Oś obrotu Ziemi wyznacza dwa bieguny niebieskie – północny i południowy. Linie deklinacji można porównać do południków ziemskich. Linie rektascensji można porównać do ziemskich równoleżników.



Rys1. Współrzędne astronomiczne

Deklinacja jest odpowiednikiem szerokości geograficznej na Ziemi. Deklinację określamy jako odległość kątową od równika niebieskiego w kierunku północnego bądź południowego bieguna niebieskiego. Mierzona jest w stopniach (°) oraz minutach (') i sekundach łuku ("). Wartości deklinacji zawierają się w przedziale (+90° 0' 0"; -90° 0' 0"), $1^\circ = 60'$ a $1' = 60''$. Gwiazda o deklinacji +45° 30' leży na 45 stopniu i 30 minucie na północ od równika niebieskiego; wartości ujemne deklinacji określają obiekty na południe do równika niebieskiego. Dla obiektu położonego na równiku niebieskim deklinacja jest równa 0°. Dla obiektu położonego na biegunie niebieskim deklinacja jest równa $\pm 90^\circ$.

Rektascensja jest odpowiednikiem długości geograficznej na Ziemi. Mierzona jest wzdłuż linii równika niebieskiego na sferze niebieskiej od punktu Barana (punktu równonocy wiosennej) w

kierunku wschodnim. Jej linie przebiegają prostopadle do linii deklinacji. Rektascensja mierzona jest w godzinach (h), minutach (m) i sekundach (s). Wartości rektascensji zawierają się w przedziale (0h 0m 0s; 23h 59m 59s), $1h = 60m$, a $1m = 60s$. Gwiazda o rektascensji 5 h znajduje się 5 godzin na wschód od punktu Barana (0h 0m 0s).

Godzina w rektascensji jest zdefiniowana jako $1/24$ kąta pełnego, który jest równy 360° , czyli 1h w rektascensji odpowiada 15° w deklinacji. Ponieważ podział głównych jednostek rektascensji i deklinacji jest taki sam (system sześćdziesiąty) to relacje między minutami i sekundami w rektascensji a minutami i sekundami łuku w deklinacji mają postać $1m = 15'$ i $1s = 15''$.

Katalogi gwiazd

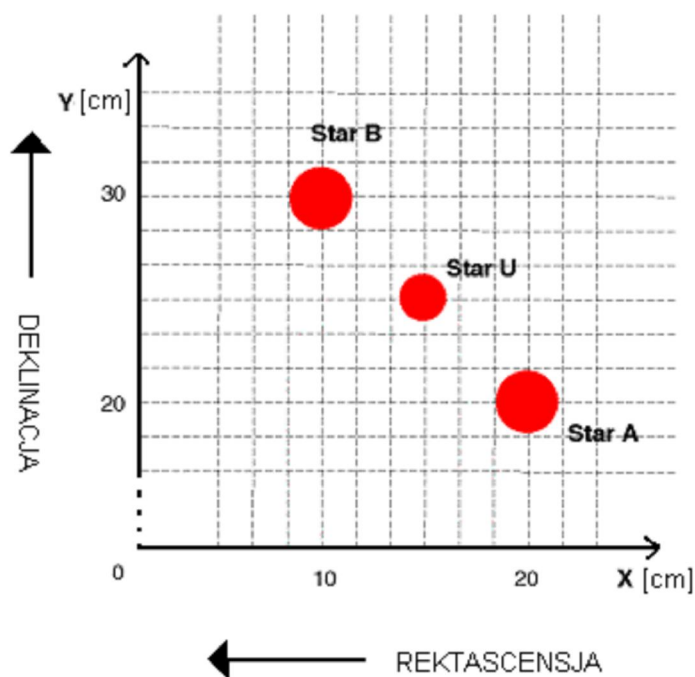
Istnieje wiele katalogów, zawierających wyznaczone rektascensje i deklinacje gwiazd. Niemożliwe jest oczywiście stworzenie katalogu, który zawierałby dane wszystkich spośród nich. Dlatego istniejące katalogi zawierają, w zależności od przeznaczenia, wybrane w określony sposób obiekty. Istnieje np. spis gwiazd o szczególnie dużych ruchach własnych; istnieje również katalog zawierający wyłącznie gwiazdy z gromady otwartej Plejad. Jeden z najważniejszych katalogów nosi nazwę *Katalogu FK5*. Jest on jednym z podstawowych katalogów gwiazd używanych jako odnośniki do pomiaru pozycji innych gwiazd na niebie. Katalog *FK5* zawiera tylko 3522 gwiazdy w większości o dużej jasności. Rektascensja i deklinacja gwiazd z katalogu *FK5* zostały zmierzone bardzo dokładnie i co około 5 lat są mierzone ponownie aby stanowić niezawodny zespół gwiazd odniesienia na niebie. Katalog *FK5* ma jednak pewną istotną wadę. Zawiera niewiele gwiazd i często się zdarza, że na niewielkim obszarze który nas interesuje, nie ma żadnej gwiazdy z tego katalogu.

Kolejnym przydatnym katalogiem, który wykorzystamy w ćwiczeniu, jest Katalog Gwiazd Kosmicznego Teleskopu Hubble'a. Znany jest pod angielską nazwą *Hubble Space Telescope Guide Star Catalog* i oznaczany skrótem *GSC*. Katalog *GSC* zawiera prawie wszystkie gwiazdy, które mają jasność obserwowaną większą niż 16 Mag (magnitudo). Jasność taka jest około 10 000 razy mniejsza niż jasność najśłabszej gwiazdy widocznej na niebie gołym okiem. W katalogu *GSC* znajdują się współrzędne ponad 20 milionów gwiazd. Cały katalog to około 1,4 GB danych (2 płyty CD). Ostatnimi laty katalog *GSC* stał się najbardziej użytecznym katalogiem dla astronomów.

Wyznaczanie współrzędnych nieznanego obiektu

Często zdarza się, że współrzędne obiektu nie są znane ponieważ został niedawno odkryty i nie ma go jeszcze w katalogu bądź obiekt wciąż zmienia swoje położenie w czasie doby, jak planeta czy asteroida. Jak wyznaczyć współrzędne takiego obiektu? W jaki sposób można wyznaczyć położenie obiektu na niebie? Jedną z metod jest zrobienie fotografii fragmentu nieba, zawierającego nieznaną gwiazdę U. Jeżeli na zdjęciu znajdują się dwie gwiazdy A i B to będziemy mogli wyznaczyć położenie obiektu U względem tych gwiazd. Jeżeli zaś będziemy znali, korzystając na przykład z jakiegoś katalogu, współrzędne tych gwiazd to będziemy mogli wyznaczyć również współrzędne nieznanego obiektu U. Jeśli znamy współrzędne większej liczby gwiazd ze zdjęcia, to wyznaczymy położenie obiektu U na niebie z większą dokładnością. Gwiazdy o znanej pozycji nazywane są gwiazdami odniesienia lub gwiazdami wzorcowymi.

Przypuśćmy, że nieznaną gwiazdę U leży dokładnie w połowie drogi między gwiazdą A i gwiazdą B. Sytuację przedstawia Rys.2. Katalogowe współrzędne gwiazdy A : $\alpha_A = 5^h 0^m 0^s$; $\delta_A = 10^\circ 0' 0''$. Katalogowe współrzędne gwiazdy B : $\alpha_B = 6^h 0^m 0^s$; $\delta_B = 25^\circ 0' 0''$. Współrzędne nieznanego obiektu U wyznaczymy na podstawie współrzędnych gwiazd A i B. Rektascensję mierzymy na zdjęciu w kierunku X, deklinację w kierunku Y. Współrzędne osi X i Y wyrażone są w centymetrach.



Rys2. Wyznaczanie współrzędnych

Schemat wyznaczania deklinacji i rektascensji obiektu U na podstawie zdjęcia i znanych współrzędnych gwiazd A i B :

- odczytujemy współrzędną X_B gwiazdy B w cm łącząc jej środek pionową linią z osią x,

$$X_B = 10 \text{ cm}$$

- odczytujemy współrzędną Y_B gwiazdy B w cm łącząc jej środek poziomą linią z osią y,

$$Y_B = 30 \text{ cm}$$

- w analogiczny sposób odczytujemy współrzędne X_A i Y_A gwiazdy A w cm,

$$X_A = 20 \text{ cm}, Y_A = 20 \text{ cm}$$

- obliczamy różnicę współrzędnych $X_A - X_B$ gwiazd A i B w cm czyli zmianę ΔX

$$\Delta X = 20 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

- podobnie obliczamy różnicę współrzędnych $Y_A - Y_B$ gwiazd A i B w cm czyli zmianę ΔY .

Ponieważ wszystkie obliczane różnice są odległościami to zaniebujemy znaki „minus”

$$\Delta Y = 20 \text{ cm} - 30 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

- obliczamy różnicę rektascensji $\alpha_A - \alpha_B$ gwiazd A i B w h czyli zmianę $\Delta \alpha$

$$\Delta \alpha = 5 \text{ h } 0 \text{ m } 0 \text{ s} - 6 \text{ h } 0 \text{ m } 0 \text{ s} = 1 \text{ h } 0 \text{ m } 0 \text{ s} = 1 \text{ h}$$

- obliczamy różnicę deklinacji $\delta_A - \delta_B$ gwiazd A i B w $^\circ$ czyli zmianę $\Delta \delta$

$$\Delta \delta = 10^\circ 0' 0'' - 25^\circ 0' 0'' = 15^\circ 0' 0'' = 15^\circ$$

Każde zdjęcie jest odwzorowaniem rzeczywistego obrazu. Odwzorowania tego dokonano umieszczając obraz np. samochodu w dużym pomniejszeniu na kawałku papieru. Istnieje więc pewna skala określająca ile razy obraz samochodu na zdjęciu jest pomniejszony względem obrazu rzeczywistego. Wiemy, że zmianę rektascensji $\Delta \alpha$ mierzymy w (h) wzdłuż osi x i odpowiada jej zmiana współrzędnych ΔX w cm. Podobnie zmianę deklinacji $\Delta \delta$ mierzymy w ($^\circ$) wzdłuż osi y i odpowiada jej zmiana współrzędnych ΔY w cm. Wyznamy więc skale zdjęcia, to znaczy obliczymy ile (h) rektascensji przypada na jeden centymetr na zdjęciu oraz ile ($^\circ$) deklinacji przypada na jeden centymetr na zdjęciu. Skala będzie równa stosunkom zmian rektascensji i deklinacji do zmian położenia ΔX i ΔY

$$\text{skala } \alpha = \Delta \alpha / \Delta X = 1 \text{ h} / 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ h/cm}$$

$$\text{skala } \delta = \Delta \delta / \Delta Y = 15^\circ / 10 \text{ cm} = 1.5^\circ / \text{cm}$$

Znając skale zdjęcia wyznaczenie rektascensji i deklinacji obiektu U będzie proste.

Odczytujemy współrzędne obiektu U

$$X_U = 15 \text{ cm}, Y_U = 25 \text{ cm}$$

Wybieramy gwiazdę odniesienia np. gwiazdę B. Obliczamy różnice położenia ΔX i ΔY gwiazdy B i obiektu U

$$\Delta X = X_U - X_B = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta Y = Y_U - Y_B = 5 \text{ cm}$$

Przeliczamy ΔX z cm na (h) mnożąc przez skalę α - otrzymujemy $\Delta \alpha$

$$\Delta \alpha = \Delta X * \text{skala } \alpha = 5 \text{ cm} * 0.1 \text{ h/cm} = 0.5 \text{ h} = 30 \text{ m}$$

Przeliczamy ΔY z cm na (°) mnożąc przez skalę δ - otrzymujemy $\Delta \delta$

$$\Delta \delta = \Delta Y * \text{skala } \delta = 5 \text{ cm} * 1.5^\circ/\text{cm} = 7.5^\circ$$

W ten sposób znaleźliśmy różnice rektascensji i deklinacji obiektu U i gwiazdy B. Aby otrzymać deklinację i rektascensję obiektu U należy odjąć różnicę rektascensji do rektascensji gwiazdy B a różnicę deklinacji obiektu U odjąć od deklinacji gwiazdy B. Jeśli obiekt U jest na rysunku niżej na skali rektascensji lub deklinacji niż gwiazda B to różnicę rektascensji lub deklinacji odejmujemy. Jeśli obiekt U jest na rysunku wyżej na skali rektascensji lub deklinacji niż gwiazda B to różnicę rektascensji czy deklinacji dodajemy. Otrzymujemy

$$\alpha_U = \alpha_B - \Delta \alpha = 6^{\text{h}} 0^{\text{m}} 0^{\text{s}} - 30 \text{ m} = 5^{\text{h}} 30^{\text{m}} 0^{\text{s}}$$

$$\delta_U = \delta_B - \Delta \delta = 25^\circ 0' 0'' - 7.5^\circ = 17.5^\circ 0' 0'' = 17^\circ 30' 0''$$

Obliczyliśmy, że rektascensja nieznanego obiektu U, który znajduje się dokładnie w połowie drogi między gwiazdami A i B wynosi $5^{\text{h}} 30^{\text{m}} 0^{\text{s}}$, a jego deklinacja wynosi $17^\circ 30' 0''$. Wyznaczone wartości wpisz do tabeli poniżej.

Gwiazda	Rektascensja (h m s)	Deklinacja (° ' ")	X (cm)	Y (cm)
Star A	5h 0m 0s	10° 0' 0''		
Star B	6h 0m 0s	25° 0' 0''		
Star U				

Tabl. Wyznaczanie współrzędnych nieznanego obiektu

Jeśli nieznaną obiekt nie znajduje się dokładnie w połowie drogi między dwiema znanymi gwiazdami nie stanowi to żadnego problemu. Gdy już znajdziemy, z stosunków różnic położenia i współrzędnych, skale zdjęcia to możemy wyznaczyć współrzędne dowolnego obiektu na zdjęciu.

Mierzmy linijką na osiach odległość w cm współrzędnych obiektu od współrzędnych gwiazdy odniesienia. Zmierzone odległości mnożymy przez skalę przechodząc na rektascensję i deklinację. Otrzymane wyniki dodajemy lub odejmujemy od współrzędnych gwiazdy odniesienia i współrzędne dowolnego obiektu mamy wyznaczone.

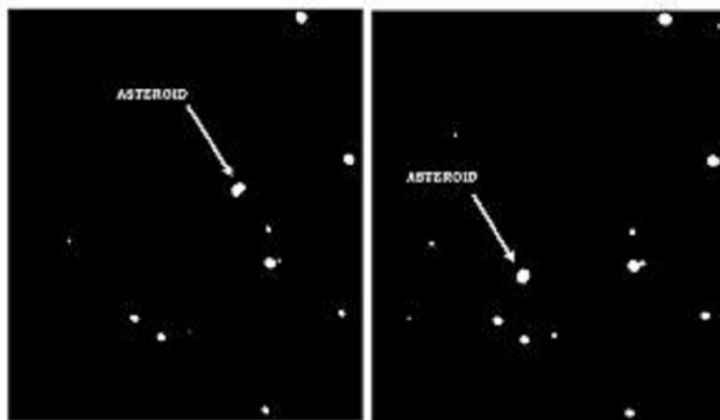
Stosując taką metodę astronomowie przez wiele lat ręcznie wyznaczali współrzędne nowych gwiazd korzystając z zdjęć utrwalonych na szklanych kliszach fotograficznych. Obecnie zdjęcia nieba zapisywane są w formie cyfrowej. Pomiarów i obliczeń podczas wyznaczania współrzędnych nowych obiektów dokonują za astronomów programy komputerowe, co wydatnie ułatwia im pracę i zwiększa dokładność wyników.

W trakcie wykonywania ćwiczenia, aby wyznaczyć pozycje nieznanego obiektu U na podstawie zdjęcia, program poinstruuje Cię abyś zaznaczył na zdjęciu przynajmniej trzy gwiazdy o znanych współrzędnych (choć w celu uzyskania lepszych wyników lepiej zaznaczyć ich więcej). Następnie zaznaczysz położenie nieznanego obiektu U kursorem. Komputer dokonując bardzo podobnych obliczeń co my przed chwilą, wykona transformację współrzędnych (wyrażonych w pikselach) ze zdjęć do współrzędnych równikowych na niebie i wyświetli rozwiązanie : współrzędne nieznanego obiektu U.

Asteroidy na zdjęciach

W ćwiczeniu, będziesz analizować zdjęcia nieba w celu znalezienia asteroid i wyznaczenia ich współrzędnych. Asteroidy, nazywane również planetoidami, to małe skalne obiekty o nieregularnych kształtach, które okrążają Słońce tak jak planety. Znajdują się one w większości pomiędzy orbitami Marsa i Jowisza, około 2.8 jednostek astronomicznych od Słońca. Orbity niektórych asteroid krążących bliżej Słońca przecinają orbitę ziemską. Może się więc zdarzyć, że dojdzie do kolizji asteroidy z Ziemią. Prawdopodobieństwo takiego zdarzenia jest niewielkie ale istnieje. Większość asteroid ma średnicę kilku, kilkunastu kilometrów. Średnice nielicznych, dużych asteroid sięgają do tysiąca kilometrów. Asteroidy tak jak planety odbijają światło słoneczne ale z racji swoich niewielkich rozmiarów, na zdjęciach nieba widoczne są jako punkty. Jak więc odróżnić, które punkty na zdjęciach to asteroidy a które to gwiazdy ?

Kluczem do rozpoznania asteroid jest fakt, iż poruszają się one na tle wszystkich gwiazd, ponieważ okrążają Słońce. Jeśli porównamy dwa zdjęcia tego samego fragmentu nieba zrobione w odstępie kilkudziesięciu minut to zauważymy, że niektóre „gwiazdy” poruszyły się względem pozostałych gwiazd. Te poruszające się „gwiazdy” to planetoidy (Rys3.).



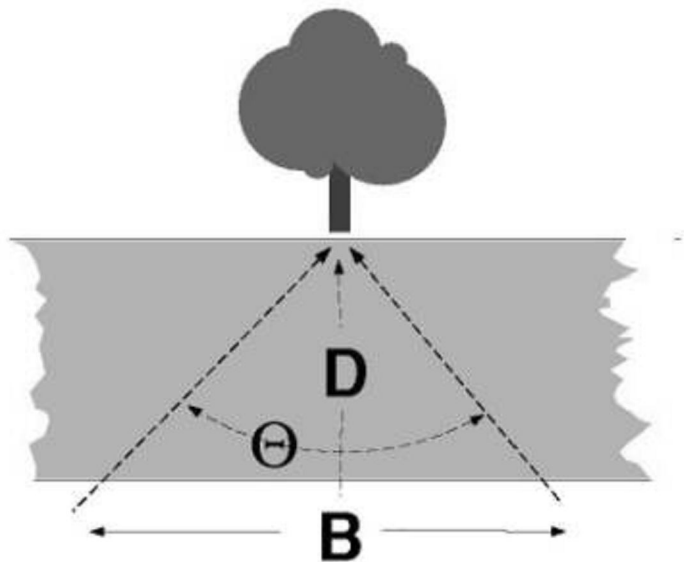
Rys3. Poruszająca się asteroida

Często na zdjęciu jest tak wiele gwiazd, że nie jesteśmy w stanie zapamiętać ich konfiguracji spoglądając naprzemian na zdjęcia. Co za tym idzie, trudno zauważyć nieznacznie przesunięty obiekt. Istnieje metoda, która pozwala skutecznie wychwycić poruszające się obiekty. Metoda ta nazywa się komparowaniem błyskowym (lub krócej – „blinkowaniem” od angielskiego blink). Polega na nieustannym wyświetlaniu na zmianę dwóch zdjęć tego samego obszaru nieba co krótki odstęp czasu. Łatwo jest wtedy zauważyć asteroidy, które przemieściły się w stosunku do nieruchomych gwiazd. Obiekty takie podczas komparowania w charakterystyczny sposób „skaczą”.

Paralaksa

Paralakساً nazywamy zmianę położenia obiektu widzianego z dwóch różnych punktów. Często położenie to rozpatruje się względem innych obiektów, znajdujących się w pewnej odległości za obiektem obserwowanym. Słowem paralaksa określa się zarówno samo zjawisko jak i wartość zmiany położenia tego obiektu. Ta zmiana położenia ciała na tle innych obiektów to jednocześnie zmiana kierunku obserwacji tego ciała o pewien kąt. Paralaksa jest więc kątem, który mierzymy w stopniach ($^{\circ}$). Zjawisko to często wykorzystuje się przy pomiarach odległości do różnych obiektów na Ziemi. Zazwyczaj mamy do czynienia z sytuacją gdy ciało zmienia swoje położenie na tle innych obiektów na skutek ruchu obserwatora. Przykładowo: satelita astronomiczny umieszczony na orbicie ziemskiej wykonuje zdjęcie nieba 6 grudnia. Po upływie pół roku, 6 czerwca, gdy Ziemia pokona odległość 300 milionów kilometrów i znajdzie się dokładnie po drugiej stronie Słońca satelita wykona drugie zdjęcie tego samego fragmentu nieba. Okazuje się, że bliskie gwiazdy na skutek zmiany położenia Ziemi przesunęły się na tle dalekich gwiazd. Satelita mierzy paralaksy

(kąty) przesunięcia tych gwiazd. Informacje te pozwalają na wyznaczenie odległości do bliskich gwiazd. Na Rys4. przedstawiono prosty przykład paralaksy



Rys4. Przykład paralaksy

Na brzegu, po drugiej stronie rzeki rośnie palma. Twoja młodsza siostra, wiedzona nieodpartym głodem, chce zbudować most przez rzekę aby zerwać z palmy wszystkie banany. Nim zacznie budować most usiłuje zmierzyć szerokość rzeki. Ponieważ rzeka jest głęboka i żyją w niej drapieżne piranie nie może zmierzyć jej szerokości przy pomocy taśmy ani sznurka. Jak możemy jej pomóc?

Wybermy dwa punkty na naszym brzegu. Odległość między nimi wynosi B. Z każdego z tych punktów widać palmę pod innym kątem. Różnica tych kątów wynosi Θ . Szerokość D rzeki będzie równa

$$D = \frac{B}{2 \operatorname{tg}(\Theta/2)}$$

Wyobraźmy sobie teraz, że pozycja jakiegoś obiektu, mierzona w tej samej chwili z dwóch obserwatoriów położonych na przykład w Krakowie i w Quezaltenango w Gwatemali różni się o kąt Θ . Znając odległość B między tymi obserwatoriami (12978.7 km) możemy, korzystając z powyższego wzoru obliczyć odległość do tego obiektu. Gdy mamy do czynienia w astronomii z większymi odległościami, rzędu parseków (pc), powyższy wzór przyjmuje postać

$$D [\text{pc}] = 1 / \Theta ["]$$

Część I. Poszukiwanie Asteroidy

W tej części ćwiczenia poszukujemy na zdjęciach asteroidy 1992JB. Zdjęcia na których znajduje się asteroida mają nazwy zaczynające się od 92JB.... Wczytaj zdjęcia w kolejności ich wykonania o której informują cyfry na końcu nazwy każdego z plików.

Po uruchomieniu programu, na ekranie pojawia się logo CLEA. Z menu **File** wybierz pozycję **Login** i wpisz swoje imię. Przy logowaniu możesz podać imiona kilku osób oraz numer komputera przy którym pracujesz..

Przystąp do wczytywania zdjęć

z menu **File** wybierz pozycję **Load Images Image1**

z otwartego katalogu wybierz plik **92JB05.FTS** i naciśnij **Open**

Po wczytaniu pliku komputer pokaże komunikat

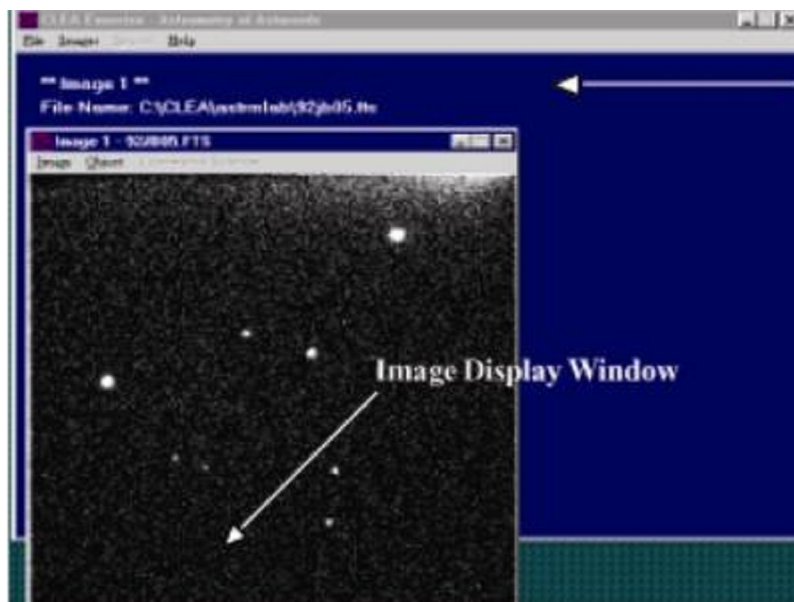
(File Name: \ 92JB05.FTS)

Aby wyświetlić wczytane zdjęcie

wyberz z menu **Image** pozycję **View / Adjust** i w nowym okienku **Display Images...**

...wyberz **Image1**

Na ekranie zobaczysz fotografię fragmentu nieba, zawierającą asteroidę



Rys5. Wyświetlanie zdjęcia

Wszystkie jasne plamki widoczne na zdjęciu to gwiazdy z wyjątkiem jednej, którą jest poszukiwana asteroida. Aby określić, która z nich jest asteroidą wczytajmy drugie zdjęcie, przedstawiające ten sam obszar nieba sfotografowany zaledwie 10 minut później

z menu **File** wybierz pozycję **Load Images Image2**

z otwartego katalogu wybierz plik **92JB07.FTS** i naciśnij **Open**

Po wczytaniu pliku komputer pokaże komunikat

(File Name: \ 92JB07.FTS)

Teraz wyświetl drugie zdjęcie.

wybierz z menu **Image** pozycję **View / Adjust** i w nowym okienku **Display Images...**

...wybierz **Image2**

Wczytywanie zdjęć możesz dokonać również wczytując kilka zdjęć naraz (maks.4). Wybierz

z menu **File** pozycję **Load Image Files** a następnie **Multiple Load**

Istnieje również możliwość usunięcia wczytanych zdjęć. Wybierz

z menu **FILE** pozycję **Clear Images/Ref. Fields** a następnie **Images and reference fields**

Kiedy obydwie zdjęcia są już wczytane przygotujmy operację „blinkowania”. Wybierz

z menu **Images** pozycję **Blink**.

W tym momencie na ekranie komputera widać tylko jedno okno, zawierające zdjęcie nr 1. Na dole pojawi się małe okienko. Zaznacz teraz 2 gwiazdy, które pozwolą programowi za ich pomocą dokładnie nałożyć na siebie oba zdjęcia. Najlepiej jest wybrać gwiazdy, znajdujące się w narożach obrazu. Nie wybieraj gwiazd w okolicy środka zdjęcia gdyż tam najprawdopodobniej znajduje się planetoida. Wykonaj polecenia

Wybierz pierwszą gwiazdę, zaznacz ją i naciśnij **Continue**

Wybierz drugą gwiazdę, zaznacz ją i naciśnij **Continue**

Pojawia się zdjęcie numer 2

Wskaż na nim pierwszą gwiazdę zapamiętaną z poprzedniego zdjęcia i naciśnij **Continue**

W ten sam sposób wskaż na drugim zdjęciu drugą gwiazdę zapamiętaną z poprzedniego zdjęcia i naciśnij **Continue**

Aby rozpocząć wyświetlanie zdjęć naciśnij **Blink**. Zdjęcia 1 i 2 będą wyświetlane na przemian na ekranie. Zidentyfikuj asteroidę na obydwu zdjęciach – będzie to obiekt, który w charakterystyczny sposób przesuwa się podczas wyświetlania zdjęć. Na zdjęciu mogą być widoczne małe i jasne kwadraciki. Są to wypalone piksele kamery CCD, którą zrobiono zdjęcie. Często obrazy gwiazd na

obu zdjęciach mogą się różnić, jeśli zdjęcia zostały robione z różnymi czasami naświetlania. Również przypadkowe naświetlenie kamery przez silne promieniowanie kosmiczne może spowodować na zdjęciu powstanie smug. W trakcie naprzemiennego wyświetlania zdjęć możesz regulować odstęp czasu w jakim zmieniane są zdjęcia

wybierając **Adjust** i **Blink rate**.

Jeśli zauważyłeś planetoidę naciśnij **Stop** i użyj polecenia **Identify Target**. Dokładnie zaznacz planetoidę po kolei na wszystkich zdjęciach za każdym razem potwierdzając **Continue**. Umożliwisz w ten sposób programowi zapamiętanie współrzędnych planetoidy na zdjęciach.

Część II. Wyznaczanie współrzędnych Asteroidy

Gdy już wiemy, który obiekt na zdjęciach jest asteroidą możemy przystąpić do wyznaczenia jej współrzędnych czyli znalezienia jej rektascensji i deklinacji. Program posiada wbudowaną podstawową część katalogu gwiazd GSC. W trakcie pracy, gdy potrzebne są dokładniejsze mapy nieba z większą ilością gwiazd istnieje możliwość pobrania ich z katalogu GSC na serwerze. Program używa gwiazd z katalogu jako gwiazd odniesienia przy wyznaczaniu współrzędnych planetoidy. Przystąpmy do obróbki zdjęć i wskazania gwiazd odniesienia. Wybierz

z menu **Images** pozycję **Measure ...Image1**

W nowym okienku znajdują się parametry tego zdjęcia – data i godzina wykonania.

przejdź dalej naciskając **ok.**

W następnym okienku podane są rektascensja i deklinacja środka zdjęcia. Program automatycznie wczytuje te dane z nagłówka zdjęcia. Możesz zaznaczyć opcję

Use On-line Catalog

aby pobrać z serwera katalogu GSC dokładniejszą mapę. Jeśli chcesz, możesz też podać szerokość kątową mapy w (") wpisując odpowiednią wartość w okienko

Field Size

Oraz ustalić minimalną jasność wyświetlanych na mapie gwiazd w Mag tak aby nie zagęszczać za bardzo gwiazd na obrazie. Wpisz odpowiednia wartość w okienko

Mag Limit

przejdź dalej naciskając **ok.**

Program narysuje teraz w nowym oknie mapę podanego obszaru i wyświetli ją w lewej części ekranu. W prawej części ekranu pokaże zdjęcie nr 1. Przyjrzyj się dokładnie i rozpoznaj na mapie nieba trzy (lub więcej) gwiazdy, które widzisz w takim samym charakterystycznym układzie na zdjęciu obok.

Zdjęcie po prawej i mapa po lewej często nie są w tej samej skali. Jeśli nie możesz znaleźć na zdjęciu powtarzającego się na mapie układu gwiazd być może zdjęcie jest odbite symetrycznie względem mapy. Problemy te możesz rozwiązać naciskając prawym przyciskiem myszy na zdjęciu. Wybierając

Resize image

dopasujesz skalę zdjęcia. Natomiast wybierając

Adjust Imge

za pomocą czerwonych strzałek w nowym okienku możesz dowolnie obracać zdjęcie w pionie i w poziomie tak aby dopasować je do mapy. Istnieje możliwość usunięcia mapy jeśli pomyliliśmy się.

Wybierz w tym celu

w menu **File** polecenie **Clear Images / Ref. Fields** i **References fields only**.



Rys6. Wybór gwiazd odniesienia

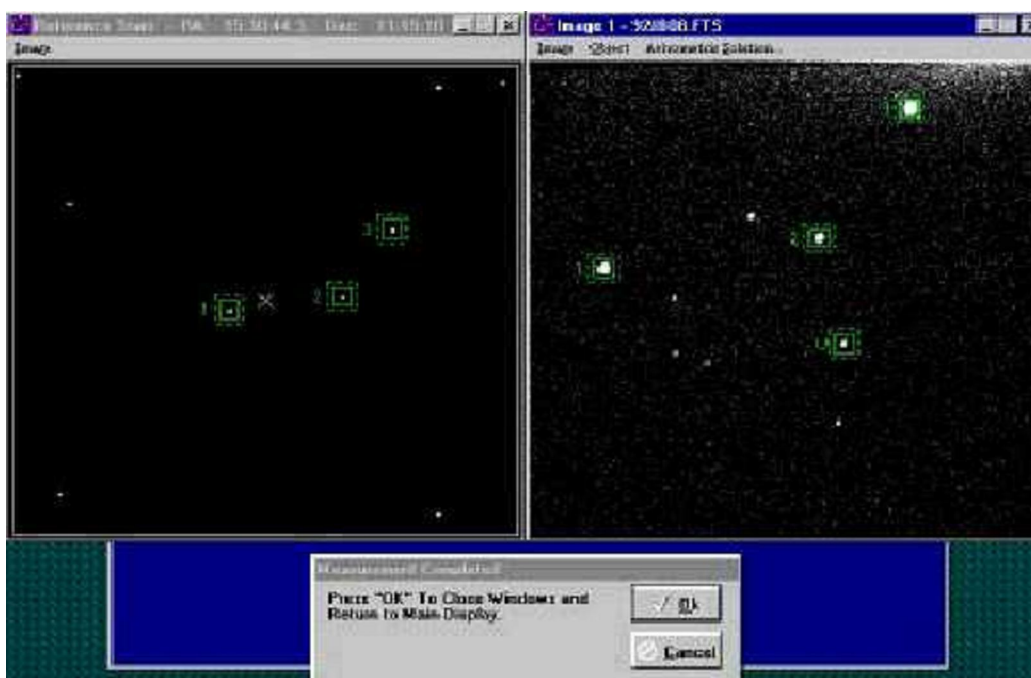
Zaznacz po kolei rozpoznane gwiazdy na mapie nieba za każdym razem zapisując rektascensję (RA) i deklinację (DEC) każdej z tych gwiazd w Tab2. gdy ich wartości pojawią się w okienku na dole po lewej. Za każdym razem potwierdzaj **ok**. Jeśli nie chcesz zaznaczać więcej gwiazd kliknij **no**. Warto się jednak wysilić gdyż zaznaczenie 6 gwiazd pozwoli programowi na wyznaczenie niepewności współrzędnych i jasności planetoidy.

Gwiazda	ID #	RA	DEC
1			
2			
3			

4			
5			
6			

Tab2. Gwiazdy wzorcowe

Następnie zaznacz te same gwiazdy na zdjęciu po prawej w tej samej kolejności i w ten sam sposób za każdym razem potwierdzając **ok**. Gdy wskażesz na prawym zdjęciu wszystkie gwiazdy odniesienia, zostaniesz poproszony o potwierdzenie wyboru asteroidy. Zrób to. Potem program zapyta czy w sąsiedztwie planetoidy w zaznaczonym kwadracie znajdują się jakieś jasne obiekty, które mogą wprowadzić błąd w pomiarze jasności tła. Jeśli tak jest to należy zaznaczyć pobliski fragment nieba na którym nie ma żadnych jasnych obiektów a następnie nacisnąć **ok**.



Rys7. Identyfikacja asteroidy

Na ekranie pojawi się raport z wynikami pomiarów zdjęcia nr1. Raport zawiera współrzędne planetoidy, jej jasność obserwowaną, niepewności tych parametrów, skalę zdjęcia i jego rozmiary.

Rektascensję i deklinację planetoidy widniejące jako **Ra** i **Dec** przy **Target Object** należy wpisać do Tab.3 przy odpowiedniej nazwie zdjęcia.

Współrzędne asteroidy 1992JB			
23 maja 1992			
Nazwa pliku	Czas (UT)	RA (h, m, s)	DEC (°, ', ")
92JB05.FTS	04 53 00	15 30 38,5	
92JB07.FTS	05 03 00		
92JB08.FTS	05 09 00		
92JB09.FTS	06 37 30		
92JB10.FTS	06 49 00		
92JB12.FTS	06 57 00		
92JB14.FTS	07 16 00		

Tab3. Współrzędne asteroidy

Istnieje również możliwość zapisania raportu jako pliku za pomocą polecenia

List następnie **Save Text** i **As Displayed** w wybranym folderze

Następnie naciśnij **ok** i na pytanie

Record measurement on report list now? odpowiedz **Tak**

Umożliwi to zapisanie wyników w pamięci podręcznej programu.

Część I i część II ćwiczenia należy wykonać dla 7 zdjęć asteroidy 1992JB o nazwach

92JB05.FTS 92JB07.FTS 92JB08.FTS 92JB09.FTS

92JB10.FTS 92JB12.FTS 92JB14.FTS

za każdym razem zapisując wyznaczone współrzędne asteroidy na danym zdjęciu do Tab.3.

Nazwa pliku	Rektascensja (2000) środką zdjęcia (h m s)	Deklinacja (2000) środką zdjęcia (° ' ")	Czas UT wykonania zdjęcia (h m s)	Czas trwania ekspozycji (s)
92JB05.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	04 53 00	30
92JB07.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	05 03 00	120
92JB08.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	05 09 00	30
92JB09.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	06 37 30	180
92JB10.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	06 49 00	30
92JB12.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	06 57 00	120
92JB14.FTS	15 30 44,30	11 15 10,4	07 16 00	30

Tab4. Zestawienie informacji o zdjęciach

Wszystkie zdjęcia zostały wykonane 23 maja 1992r w *National Undergraduate Research Observatory* za pomocą 0.5 m teleskopu *Lowell Observatory*, f 15, kamera CCD 512x512.

Część III. Obliczanie prędkości kątowej

Jak szybko porusza się asteroida 1992JB? Korzystając z danych, zebranych przez nas w poprzedniej części ćwiczenia, będziemy mogli obliczyć jej prędkość kątową w sekundach kątowych na sekundę. Aby tego dokonać, będziemy musieli odjąć początkową pozycję asteroidy ze zdjęcia 92JB05.FTS od końcowej pozycji (na zdjęciu 92JB14.FTS) a następnie podzielić wynik przez liczbę sekund, jakie upłynęły pomiędzy wykonaniem tych zdjęć. Możemy napisać to wzorem:

$$\mu = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

gdzie μ jest prędkością kątową asteroidy, $\Delta\theta$ -- odległością kątową między początkową i końcową pozycją asteroidy, a Δt – czasem, który upłynął pomiędzy zdjęciami.

Zacznijmy od obliczenia czasu, który upłynął pomiędzy wykonaniem zdjęć:

Odczytaj z tabeli z poprzedniej strony czasy wykonania zdjęć 92JB14.FTS i 92JB05.FTS i wpisz w odpowiednie pola poniżej:

Moment wykonania zdjęcia 92JB14.FTS:godzinaminutsekund

Moment wykonania zdjęcia 92JB05.FTS:godzinaminutsekund

Zamień powyższe wartości na godziny i ich ułamki:

Moment wykonania zdjęcia 92JB14.FTS: godzin

Moment wykonania zdjęcia 92JB05.FTS: godzin

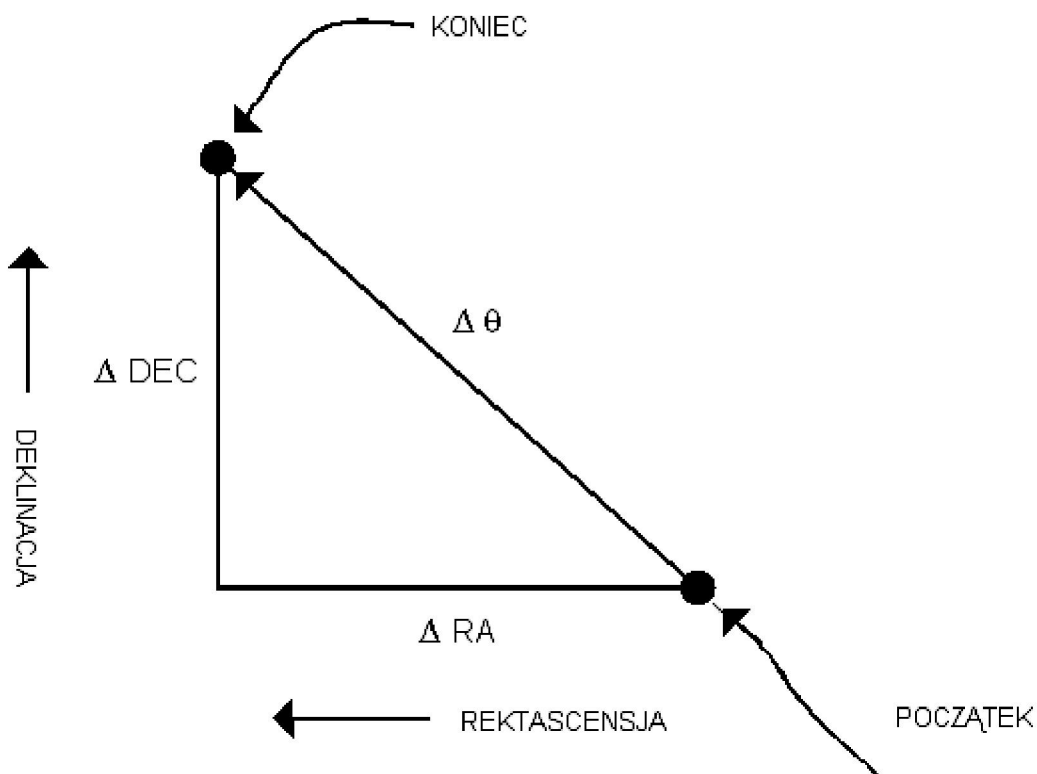
Czas, który upłynął między wykonaniem zdjęć wyniósł:..... godzin

Zamień wynik na sekundy (pomnóż go przez 3600) i wpisz poniżej:

Czas pomiędzy wykonaniem zdjęć: sekund

Teraz zmierzmy odległość kątową $\Delta\theta$, przebytą przez asteroidę 1992JB. W tym celu wykorzystamy twierdzenie Pitagorasa:

$$\Delta\theta = \sqrt{(\Delta RA)^2 + (\Delta DEC)^2}$$



Rys8. Odległość kątowa asteroidy

Rysunek u góry pokazuje zasadę obliczania przebytej przez asteroidę odległości kątowej. Jak widać, przez ΔRA oznaczyliśmy różnicę pomiędzy rektascensją asteroidy na ostatnim i pierwszym zdjęciu, a przez ΔDEC różnicę pomiędzy jej deklinacją. Teraz zastosujemy nasz wzór w praktyce. Wpisz wartości deklinacji asteroidy na zdjęciach 92JB14.FTS i 92JB05.FTS w odpowiednie pola poniżej:

Deklinacja asteroidy na zdjęciu 92JB14.FTS: ° ‘”

Deklinacja asteroidy na zdjęciu 92JB05.FTS:°’”

Zamień powyższe wartości na stopnie i ich części dziesiętne:

Deklinacja asteroidy na zdjęciu 92JB14.FTS:°

Deklinacja asteroidy na zdjęciu 92JB05.FTS:°

Odejmij wartości od siebie:

Δ DEC:°

Zamień stopnie na sekundy kątowe (podziel wynik przez 3600):

Δ DEC:”

Teraz powtórzmy powyższe kroki, aby otrzymać Δ RA:

Rektascensja asteroidy na zdjęciu 92JB14.FTS:hms

Rektascensja asteroidy na zdjęciu 92JB05.FTS:h.....m.....s

Zamieniamy na godziny i ich części dziesiętne:

Rektascensja asteroidy na zdjęciu 92JB14.FTS:h

Rektascensja asteroidy na zdjęciu 92JB05.FTS:h

Odejmujemy wartości od siebie:

Δ RA:h

Zamieniamy na sekundy kątowe:

ΔRA : s

UWAGA! To jeszcze nie jest ostateczna wartość ΔRA , ponieważ jedna sekunda rektascensji jest równa ($15 \times \cos(\delta)$), gdzie δ jest wartością deklinacji w tym punkcie. Zauważmy bowiem, że odległości pomiędzy południkami na sferze niebieskiej nie są stałe – blisko biegunów niebieskich są znacznie mniejsze, niż w pobliżu równika niebieskiego. Musimy zatem pomnożyć nasz wynik przez $15 \times \cos \delta$. Za δ możemy przyjąć deklinację asteroidy z któregośkolwiek ze zdjęć, ponieważ ze względu na małą wartość przemieszczenia obiektu błąd będzie bardzo mały. Zatem, po uwzględnieniu tej poprawki mamy:

ΔRA :”

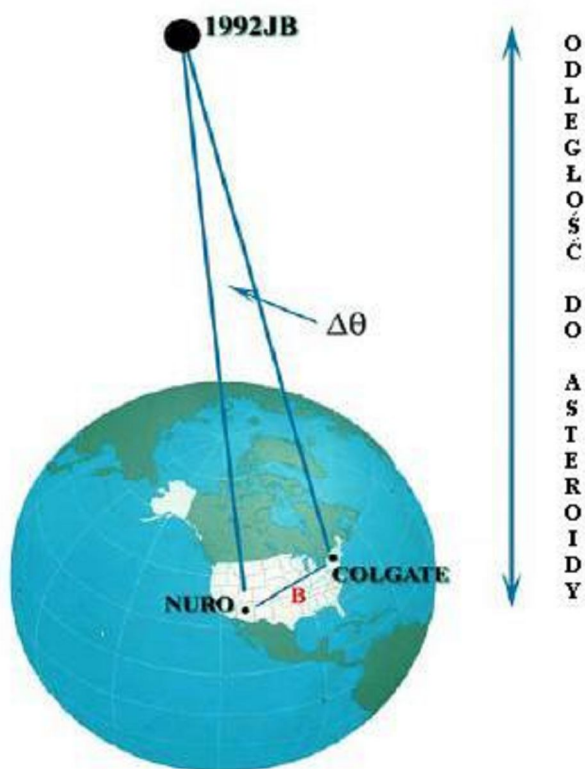
Teraz możemy zastosować nasz wzór na obliczenie $\Delta\theta$:

$\Delta\theta$ = ”

Na koniec możemy obliczyć prędkość kątową asteroidy μ :

μ = ” / sekundę

Część IV. Pomiar odległości metodą paralaksy



Rys9. Powstanie paralaksy

Na rysunku obok widać zasadę pomiaru odległości do asteroidy przy pomocy paralaksy. Zasada jest taka sama, jak w przypadku pomiaru szerokości rzeki: jeśli dwa obserwatoria, odległe od siebie o B dokonają jednocześnie pomiaru położenia asteroidy i obliczone przez nie pozycje będą różnić się o $\Delta\theta$, to odległość do asteroidy będzie wynosić:

$$D = 206,265 \frac{B}{\Delta\theta}$$

Jedno ze zdjęć które już oglądaliśmy, 92JB12.FTS, jest zapisane także pod nazwą ASTWEST.FTS. Jednocześnie pod nazwą ASTEAST.FTS zostało zapisane zdjęcie, wykonane w tej samej chwili w obserwatorium, położonym po drugiej stronie USA. Współrzędne tych obserwatoriów zawarte są w Tab5.

Obserwatorium	Długość geograficzna	Szerokość geograficzna	Nazwa pliku	Czas ekspozycji [s]
<i>Foggy Bottom Observatory, Colgate University, Hamilton, NY</i>	42° 48' 59,1"	W 75°31' 59,2 "	ASTEAST.FTS	120
<i>National Undergraduate Research Observatory, Flagstaff, AZ</i>	35° 05' 48,6 "	W 111° 32' 09,3"	ASTWEST.FTS	120

Tab5. Dane obserwatoriów

Teraz spróbujemy obliczyć odległość do asteroidy. Wczytaj plik ASTEAST.FTS jako Image1, a ASTWEST.FTS jako Image2. Porównaj obydwa zdjęcia. Znajdź asteroidę 1992JB na obu zdjęciach. Czy asteroida na zdjęciu ASTWEST jest przesunięta bardziej na wschód czy na zachód? Dlaczego? (Wyjaśnij poniżej):

Korzystając z poznanych przez siebie metod, zmierz współrzędne asteroidy na obydwu zdjęciach i wpisz poniżej:

Plik	RA (h m. s)	DEC(° ‘ ")
ASTEAST.FTS
ASTWEST.FTS

Zamień wartości na stopnie i ich części:

Plik	RA(°)	DEC(°)
ASTEAST.FTS
ASTWEST.FTS

Wyraż różnicę deklinacji ΔDEC w stopniach:

$$\Delta DEC =^{\circ}$$

Zamień na sekundy kątowne:

$$\Delta DEC =''$$

Wyraż różnicę rektascensji ΔRA w godzinach kątowych:

$$\Delta RA =h$$

Zamień na sekundy kątowne:

$$\Delta RA =''$$

Wprowadź odpowiednią poprawkę (pomnóż przez $15 \times \cos(\delta)$):

$$\Delta RA =''$$

Oblicz paralaksę:

$$P = \sqrt{(\Delta RA)^2 + (\Delta DEC)^2}$$

P =

W programie istnieje możliwość obliczania odległości B pomiędzy dowolnymi dwoma obserwatoriami. Wybieramy

Report a następnie **Compute Baseline**

W oknie, które się otworzy naciskamy

Site 1 następnie **File** a potem **Find Site**

i wybieramy nazwę pierwszego obserwatorium wyszukując je z listy. Następnie czynności te powtarzamy wybierając drugie obserwatorium za pomocą

Site 2 następnie **File** a potem **Find Site**

Otrzymany wynik możemy zapisać jako plik za pomocą polecenia

List następnie **Save Text** i **As Displayed**.

W zapisanym pliku tekstowym pod zmienną o nazwie

Maximum Baseline

zapisana jest odległość B pomiędzy obserwatoriami

Znając paralaksę P. asteroidy 1992JB i odległość B pomiędzy obserwatoriami (około 3172 kilometrów) możemy obliczyć odległość D do asteroidy korzystając ze wzoru:

$$D = 206,265 \frac{B}{\Delta\Theta}$$

Korzystając z powyższego wzoru oblicz odległość od Ziemi do asteroidy 1992JB 23 maja 1992 roku o godzinie 6:57 czasu Greenwich (data i chwila wykonania obydwu zdjęć):

Odległość asteroidy 1992JB = km

Zamień wynik na jednostki astronomiczne:

Odległość asteroidy 1992JB = AU

Porównaj otrzymany wynik z odległością z Ziemi do Księżyca. Ile razy asteroida była dalej/blżej Ziemi niż Księżyc? (napisz poniżej)

Asteroidy dzielimy na *asteroidy pasa asteroid*, *asteroidy trojańskie*, okrążające Słońce w tej samej odległości co Jowisz i *asteroidy zbliżające się do Ziemi*. Jakim typem asteroidy była 1992JB? Dlaczego tak uważasz?

Część V. Prędkość tangencjalna Asteroidy 1992 JB

Prędkość tangencjalna V_t jest składową prędkości obiektu prostopadłą do kierunku obserwacji. Możemy ją wyznaczyć z prostego wzoru, korzystając z obliczonej poprzednio prędkości kątowej μ ["/sekundę] i odległości D [km]. Prędkość tangencjalna jest równa

$$V_t = \frac{\mu D}{206,265}$$

Prędkość tangencjalna asteroidy 1992JB wynosiła:

$V_t = \dots\dots\dots$ km / s

Jeśli gwiazda porusza się wzdłuż kierunku w którym ją obserwujemy to nie zauważymy jej ruchu. Gwiazda nie zmienia wtedy swojego położenia na niebie i jej prędkość tangencjalna $V_t = 0$. Jeśli gwiazda porusza się z prędkością V prostopadłą do kierunku obserwacji to obserwujemy jej ruch na niebie z prędkość tangencjalna $V_t = V$. W przypadkach pośrednich, gdy gwiazda nie porusza się ani prostopadłe ani równoległe do kierunku obserwacji prędkość tangencjalna V_t stanowi pewną część prędkości V gwiazdy i jej ruch na niebie jest wolniejszy. Gdybyśmy znali kąt jaki tworzy kierunek ruchu gwiazdy z kierunkiem obserwacji to moglibyśmy wyliczyć prędkość rzeczywistą ze wzoru

$$V = \frac{V_t}{\sin \alpha}$$

Pytania dodatkowe

Czy obliczona wartość prędkości tangencjalnej jest prawdopodobna?

Oblicz dla porównania prędkość orbitalną Ziemi znając promień jej orbity - 1AU i czas obiegu wokół Słońca - 1 rok czyli $3,1 \cdot 10^7$ s.

Czy spodziewałeś się, że prędkość orbitalna Ziemi będzie większa czy mniejsza od prędkości orbitalnej asteroidy? Dlaczego?

Jakiego przybliżenia dokonaliśmy, przyjmując prędkość tangencjalną asteroidy za jej prędkość orbitalną?

Przygotowaliśmy dla Ciebie jeszcze jedną ciekawostkę. Jak już pewnie zauważyłeś oprócz zdjęć asteroidy 1992 JB w folderze ze zdjęciami było też sporo innych zdjęć. Wykonaliśmy 9 par zdjęć różnych fragmentów nieba. Dla każdego fragmentu po dwa zdjęcia zrobione w pewnym odstępie czasu. Na niektórych znajdują się asteroidy a na niektórych asteroid nie ma. Jeśli masz chęć zostać prawdziwym odkrywcą – zapraszamy! Jeśli uda Ci się odkryć na zdjęciach jakąś asteroidę to wpisz ten fakt oraz jej współrzędne do Tab.6

Para zdjęć	Odkrycie asteroidy TAK / NIE	Współrzędne asteroidy
A1/A2		
B1/B2		
C1/C2		
D1/D2		
E1/E2		
F1/F2		
G1/G2		
H1/H2		
I1/I2		
J1/J2		

Tab6. Dokonane odkrycia

Zakończenie

Przeznaczony dla uczniów i studentów program

Astrometry of asteroids

podobny program astrometryczny do ogólnego stosowania

Toolkit for Astrometry

oraz wiele innych ciekawych programów, symulacji obserwacji astronomicznych i instrukcji możesz pobrać za darmo ze strony głównej CLEA :

<http://public.gettysburg.edu/~marschal/clea/CLEAhome.html>

Uwagi co do tłumaczenia i opracowania niniejszej instrukcji proszę kierować na adres e-mail:

ogloza@ap.krakow.pl