



Trzecia Międzynarodowa Olympiada Astronomii i Astrofizyki

Zadania teoretyczne

Przeczytaj uważnie instrukcję:

1. Każdy student otrzyma pytania w języku angielskim oraz w języku ojczystym.
2. Dozwolony czas odpowiedzi wynosi 5 godzin. Otrzymasz 15 krótkich zadań (Część teoretyczna 1, zadania od 1 do 15), oraz 2 długie zadania (Część teoretyczna 2, zadania od 16 do 17).
3. Używaj tylko długopisu leżącego na biurku..
4. **Nie** używaj odwrotnej strony arkusza. Pisz tylko wewnątrz zaznaczonego pola.
5. Żółte arkusze robocze (brudnopis) nie są oceniane.
6. Odpowiedź na każde pytanie rozpocznij na nowym arkuszu.
7. Umieść w polach na górze każdego arkusza nazwę kraju, Twój kod, numer zadania oraz wszystkie numery stron użytych do rozwiązania zadania.
8. **Napisz końcową odpowiedź dla każdego zadania w polu, oznaczonym "Answer sheet".**
9. Rozpoczęcie i zakończenie zawodów będzie sygnalizowane dźwiękiem dzwonka.
10. Końcowa odpowiedź w każdym zadaniu musi być wyrażona w jednostkach SI lub odpowiednich. 20% z dostępnych punktów dla tej części będzie odliczona od poprawnej odpowiedzi podanej bez jednostek.
11. Wymagana liczba cyfr znaczących w końcowej odpowiedzi powinna być taka jak w treści zadania. 20% z dostępnych punktów będzie odliczone dla odpowiedzi bez wymaganej dokładności takiej jak w zadaniu. Używaj stałych dokładnie tak jak podano w tabeli stałych.
12. Po zakończeniu zawodów włóż wszystkie arkusze, brudnopisy do koperty i pozostaw wszystko na twoim biurku.

Tabela stałych

(Wszystkie stałe podano w SI)

Stała	Symbol	Value
Stała grawitacji	G	$6.67 \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$
Stała Plancka	h	$6.63 \times 10^{-34} J s$
	$\hbar$	$1.05 \times 10^{-34} J s$
Prędkość światła	c	$3.00 \times 10^8 m s^{-1}$
Masa Słońca	$M_{\odot}$	$1.99 \times 10^{30} kg$
Promień Słońca	$R_{\odot}$	$6.96 \times 10^8 m$
Moc promieniowania Słońca	$L_{\odot}$	$3.83 \times 10^{26} W$
Jasność widoma Słońca w magnitudo	$m_{\odot}$	-26.8
Stała słoneczna	$b_{\odot}$	$1.37 \times 10^3 W m^{-2}$
Masa Ziemi	$M_{\oplus}$	$5.98 \times 10^{24} kg$
Promień Ziemi	$R_{\oplus}$	$6.38 \times 10^6 m$
Średnia gęstość Ziemi	$\rho_{\oplus}$	$5 \times 10^3 kg m^{-3}$
Przyspieszenie ziemskie na poziomie morza	g	$9.81 m s^{-2}$
Rok zwrotnikowy		365.24 doby
Rok gwiazdowy		365.26 doby
Doba gwiazdowa		86164 s
Nachylenie równika do ekliptyki	ε	23.5°
Parsek	pc	$3.09 \times 10^{16} m$
Rok świetlny	ly	$9.46 \times 10^{15} m$
Jednostka astronomiczna	AU	$1.50 \times 10^{11} m$
Odległość Słońca od centrum Galaktyki	R	$8 \times 10^3 pc$
Stała Hubble'a	H	$75 km s^{-1} M pc^{-1}$
Masa elektronu	m_e	$9.11 \times 10^{-31} kg$
Masa protonu	m_p	$1.67 \times 10^{-27} kg$
Długość fali promieniowania widzialnego	λ	$550 nm$
Refrakcja gwiazdy nad horyzontem		$34'$
Stała	π	3.1416

Zastosuj równanie:

$$\ln(1+x) \sim x \quad \text{for } x \rightarrow 0$$



Trzecia Międzynarodowa Olympiada Astronomii i Astrofizyki

Zadania teoretyczne

Krótkie zadania

Krótkie zadania: (10 punktów za każde)

Zadanie 1: Oblicz średnią gęstość masy dla bardzo masywnej czarnej dziury, której całkowita masa wewnątrz promienia Schwarzschilda to $1 \times 10^8 M_{\odot}$.

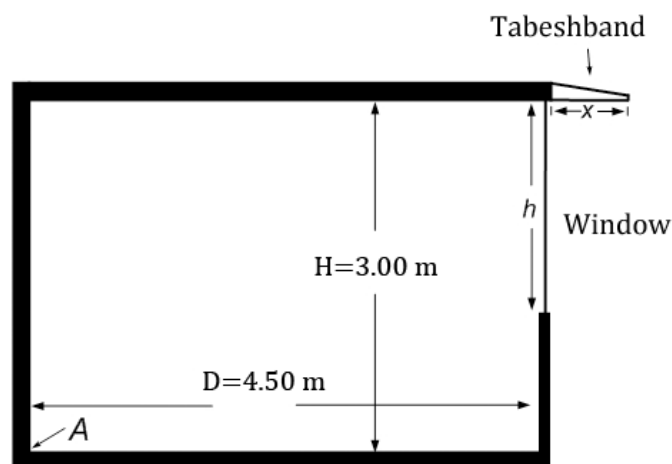
Zadanie 2: Oszacuj liczbę fotonów docierających na sekundę do oka o długości fali $\lambda = 550 \text{ nm}$ (promieniowanie widzialne) pochodzące od gwiazdy ciągu głównego typu G2, której jasność widoma wynosi $m = 6$ (granica widoczności oka). Przyjmij, że średnica źrenicy oka ludzkiego wynosi 6 mm a całe promieniowanie gwiazdy ma długość $\lambda = 550 \text{ nm}$.

Zadanie 3: Oszacuj promień planety, na której człowiek podskakując pionowo zdoła uciec grawitacji. Przyjmij, że gęstość planety jest taka jak gęstość Ziemi.

Zadanie 4: W typowo Perskiej architekturze, nad oknami południowymi jest konstrukcja zwana „Tabeshbandą” („coś, co rzuca cień”), która reguluje ilość światła słonecznego latem i zimą. Latem, gdy Słońce znajduje się wysoko, Tabeshbanda nie wpuszcza bezpośredniego światła słonecznego do pokoju, w wyniku czego jest w nim chłodniej. Zweryfikowano, że w nowoczesnej zabudowie Tabeshbanda oszczędza około 20% kosztów energii. Rys. (1) pokazuje rzut pionowy takiego pokoju na szerokości geog. $36^{\circ}.0 \text{ N}$ z zaznaczonym oknem i Tabeshbandą.

Korzystając z liczb podanych na rysunku, oblicz maksymalną szerokość Tabeshbandy, „ x ”, i maksymalną wysokość okna, „ h ”, tak aby:

- w południe przesilenia letniego bezpośrednie światło słoneczne nie docierało do pokoju;
- bepośrednie światło słoneczne docierało do końca pokoju (punkt A na rysunku) w południe przesilenia zimowego.



Rysunek (1)

Zadanie 5: Góra Damavand znajduje się w północnym Iranie, na południowym wybrzeżu Morza Kaspijskiego. Wyobraź sobie obserwatora stojącego na szczycie Damavand (szerokość geog. = $35^{\circ} 57' \text{ N}$; długość geog. = $52^{\circ} 6' \text{ E}$; wysokość $5.6 \times 10^3 \text{ m}$ nad średnim poziomem morza), oglądającego niebo nad Morzem Kaspijskim. Jaka jest najmniejsza deklinacja gwiazdy, żeby jeszcze była okołobiegunową dla tego obserwatora. Promień geodezyjny Ziemi na tej szerokości to 6370.8 km . Powierzchnia Morza Kaspijskiego jest w przybliżeniu równa średniemu poziomowi morza.

Zadanie 6: Wyprowadź wyrażenie na prędkość ucieczki obiektu wystrzelonego ze środka obłoku protogwiazdowego. Obłok ma jednolitą gęstość, masę M i promień R . Pomiń zderzenia cząstek obłoku z obiektem. Gdyby pozwolono obiektowi na swobodne spadanie z powierzchni obłoku, dotarłby on do środka mając prędkość równą $\sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Zadanie 7: Student próbuje zmierzyć pole widzenia teleskopu korzystając z ruchu obrotowego Ziemi. Aby tego dokonać, ustawia teleskop w kierunku Węgi (alfa Lyr., RA: 18.5^h, Dec: +39°), wyłącza mechanizm zegarowy i mierzy czas, $t = 5.3$ minuty, potrzebny aby Wega przeszła przez pełną średnicę pola widzenia. Jakie jest pole widzenia tego teleskopu w minutach łuku?

Zadanie 8: Oszacuj masę gromady kulistej o promieniu $r = 20$ pc i w której pierwiastek ze średniej kwadratów prędkości gwiazd wynosi $v_{rms} = 3$ km s⁻¹.

Zadanie 9: Długość galaktyczna gwiazdy wynosi $l = 15^\circ$. Jej prędkość radialna względem Słońca wynosi $V_r = 100$ km s⁻¹. Zakładając, że gwiazdy w płaszczyźnie dysku Galaktyki krążą w tym samym kierunku wokół centrum Galaktyki ze stałą prędkością $V_0 = 250$ km s⁻¹ po orbitach kołowych, oblicz odległość gwiazdy od centrum Galaktyki.

Zadanie 10: Gwiazda ciągu głównego odpowiednio o promieniu i masie $R = 4R_\odot$, $M = 6M_\odot$ posiada średnie pole magnetyczne o wartości 1×10^{-4} T. Wylicz pole magnetyczne gwiazdy po jej wyewoluowaniu do postaci gwiazdy neutronowej o średnicy 20 km.

Zadanie 11: Załóż, że masa neutrina wynosi $m_\nu = 10^{-5}m_e$. Wylicz gęstość liczbową neutrin (n_ν) wymaganych aby zrównoważyć efekt ciemnej materii we Wszechświecie. Załóż, że Wszechświat jest płaski oraz, że 25% jego masy to ciemna materia.

Wskazówka: Załóż, że klasyczna energia całkowita wynosi zero.

Zadanie 12: Wylicz ile promień orbity Ziemi wokół Słońca powiększa się w wyniku utraty masy przez Słońce przez 100 lat wskutek reakcji jądrowych. Załóż, że orbita Ziemi pozostaje kołowa przez ten czas.

Zadanie 13: Załóż, że żyjesz w czasach Kopernika i nie znasz praw Keplera. Odległość Marsa od Słońca mógłbyś obliczyć takim samym sposobem, jak on. Akceptując rewolucyjny pogląd, że planety krążą wokół Słońca a nie wokół Ziemi, ustalasz, że okres orbitalny Marsa wynosi 687 dni oraz, że 106 dni po opozycji Mars znajduje się w kwadraturze. Wylicz odległość Mars-Słońce w jednostkach astronomicznych.

Zadanie 14: Satelita porusza się wokół Ziemi na orbicie kołowej w płaszczyźnie równika. Obserwator w Teheranie (szerokość geog. $\varphi = 35.6^\circ$) widzi satelitę w odległości zenitalnej $z = 46.0^\circ$ w chwili gdy ten przechodzi przez lokalny południk. Oblicz odległość satelity od środka Ziemi (w jednostkach promienia Ziemi).

Zadanie 15: Ciasny układ zaćmieniowy składa się z dwóch olbrzymów tego samego rozmiaru. W wyniku wzajemnego przyciągania grawitacyjnego, gwiazdy są zniekształcone i zamiast idealnych sfer mają formę elipsoid obrotowych. Wielka półś a i mała półś b są w relacji $a = 2b$ i wielkie półśie obu gwiazd zawsze leżą wzdłuż tej samej prostej w przestrzeni. Nachylenie orbity do płaszczyzny nieba wynosi 90° . Oblicz amplitudę zmian jasności (Δm) wynikającą z ruchu orbitalnego gwiazd. Pomiń zmiany temperatury wynikające z zniekształcenia oraz pociemnienie brzegowego powierzchni gwiazd.