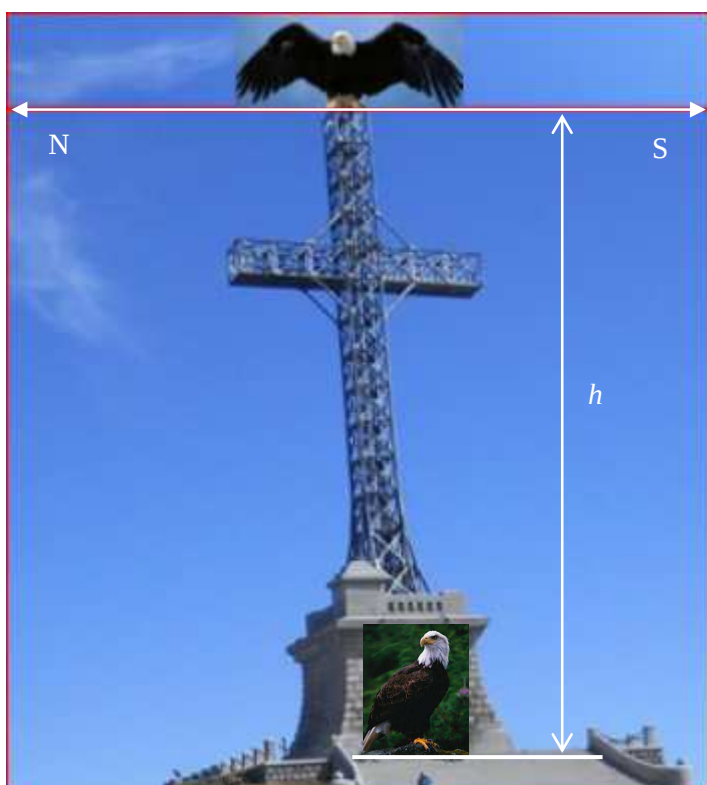


Zadanie 13. Orły na Krzyżu Caraiman!

Najwyższy krzyż zbudowany na szczycie góry znajduje się na płaskowyżu na wierzchołku góry Caraiman w Rumunii, na wysokości $H = 2300$ m nad poziomem morza. Wysokość krzyża – łącznie z podstawą – to $h = 39,3$ m. Poziome ramiona krzyża wskazują kierunki północ-południe. Krzyż ustawiono na szerokości geograficznej $\varphi = 45^\circ$.

A) Wieczorem 21 marca 2014, w dniu równonocy wiosennej, dwa orły zatrzymały się w pobliżu pomnika: jeden na jego podstawie, drugi – na szczycie krzyża tak jak widać na rysunku 1. Orły siedzą jeden nad drugim.



Rysunek 1

Niebo było bezchmurne, więc orły widziały horyzont i mogły podziwiać zachód Słońca. Ptaki startowały w chwili, gdy obserwowały zniknięcie tarczy Słońca pod horyzontem.

W tym samym czasie, pewien astronom znajdował się na poziomie morza, u podstawy gór Bucegi. Dla uproszczenia przyjmij, że znajdował się w tym samym pionie co orły.

Zakładając dodatkowo, że możemy pominąć refrakcję atmosferyczną, rozwiąż poniższe zadania:

- 1) Oblicz czas trwania zachodu Słońca zmierzony przez astronoma.
- 2) Jaki czas trwania zachodu zmierzylby każdy z orłów?

Który z nich odleci wcześniej? Jaki był odstęp czasu między odlotami orłów?

Uwaga:

Zachód Słońca rozpoczyna się, kiedy tarcza słoneczna jest styczna do horyzontu, a kończy – kiedy całkowicie znika za horyzontem.

Okres obrotu Ziemi wynosi $T_E = 24$ h, promień Słońca to $R_S = 6,96 \cdot 10^5$ km, odległość Ziemia – Słońce to $d_{ES} = 14,96 \cdot 10^7$ km, promień Ziemi $R_E = 6370$ km, a krzyż znajduje się na szerokości geograficznej $\varphi = 45^\circ$.

B) Kolejnego dnia, 22 marca 2014, dwa orły wróciły do „Krzyża Bohaterów”. Jeden z nich wylądował na czubku krzyża, a drugi – na szczycie góry, na płaskowyżu, na końcu cienia pomnika – w chwili gdy ten cień był najkrótszy w ciągu dnia.

- 1) Oblicz odległość między orłami oraz odległość drugiego orła od podstawy krzyża.
- 2) Oblicz sumaryczną długość ramion krzyża l_b , jeżeli cień jednego z nich ma (w tamtej chwili) długość $u_b = 7$ m.

C) O północy astronom odwiedził krzyż i z jego wierzchołka wypatrzył na horyzoncie jasną gwiazdę okołobiegunową. Nazwał ją „Gwiazdą Orłów” („Eagles Star”). Wiedząc, że refrakcja atmosferyczna przy horyzoncie wynosi $\xi = 34'$, oblicz:

- 1) Deklinację „Gwiazdy Orków”.
- 2) Maksymalną wysokość „Gwiazdy Orłów” nad horyzontem.

Zadanie 14. Z Rumuni na antypody...

Organizatorzy 8 IOAA zamierzają wysłać na antypody (punkt na powierzchni Ziemi, który w stosunku do określonego punktu jest położony dokładnie po przeciwnej stronie planety – na drugim końcu średnicy) oficjalną flagę przy użyciu pocisku balistycznego. Pocisk zostanie wystrzelony z Rumuni. W rozwiązaniu pominij rotację Ziemi.

a) Oblicz współrzędne geograficzne punktu docelowego, jeżeli pocisk wystrzelono z punktu o współrzędnych $\varphi_{\text{Romania}} = 44^\circ N$, $\lambda_{\text{Romania}} = 30^\circ E$.

b) Wyznacz wartość wektora prędkości startowej i kąt wystrzelenia (w odniesieniu do płaszczyzny horyzontu) – tak, żeby pocisk dotarł do celu.

c) Oblicz prędkość pocisku w chwili dotarcia do celu.

d) Oblicz minimalną prędkość pocisku na jego trajektorii.

e) Oblicz czas lotu pocisku – od wystrzelenia do dotarcia do celu. Użyj wartości przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni Ziemi $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$, promienia Ziemi $R = 6370 \text{ km}$.

f) Czy będzie możliwe zobaczenie pocisku nieuzbrojonym okiem kiedy będzie najdalej od Ziemi? Użyj następujących wartości: albedo Księżyca $\alpha_M = 0,12$, promień Księżyca $R_M = 1738 \text{ km}$, odległość Ziemia – Księżyc $r_{EM} = 385000 \text{ km}$, jasność obserwowana Księżyca w pełni $m_M = -12,7 \text{ mag}$. Załóż, że pocisk jest metalową sferą o promieniu $r_{\text{projectile}} = 400 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, odbijającą całkowicie światło.