

Astronomia

Wykład II

Wykład dla studentów geografii

Waldemar Ogłóza

www.as.up.krakow.pl

> dla studentów > zajęcia W.Ogłózy > a4g-w2.pdf

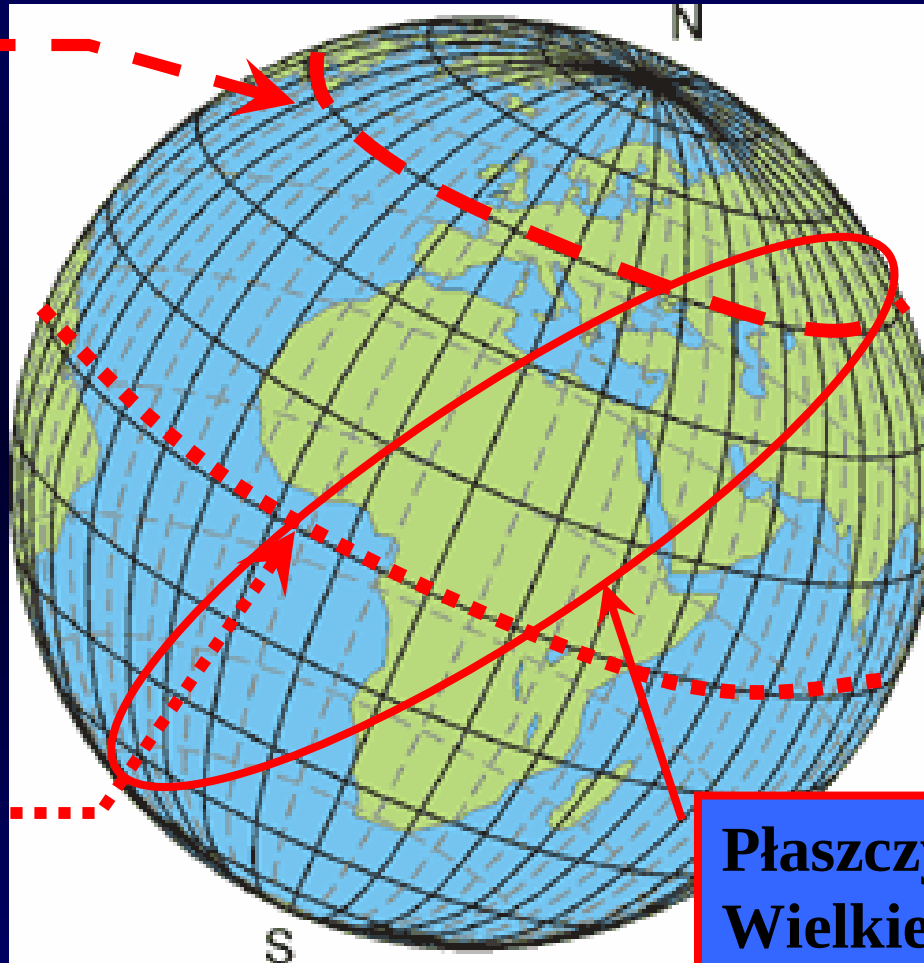


Układy współrzędnych sferycznych

Koła Wielkie i Koła Małe

Równoleżniki
to koła małe

Równik-Koło
Wielkie



Płaszczyzna Koła
Wielkiego zawiera
środek sfery

Współrzędne sferyczne

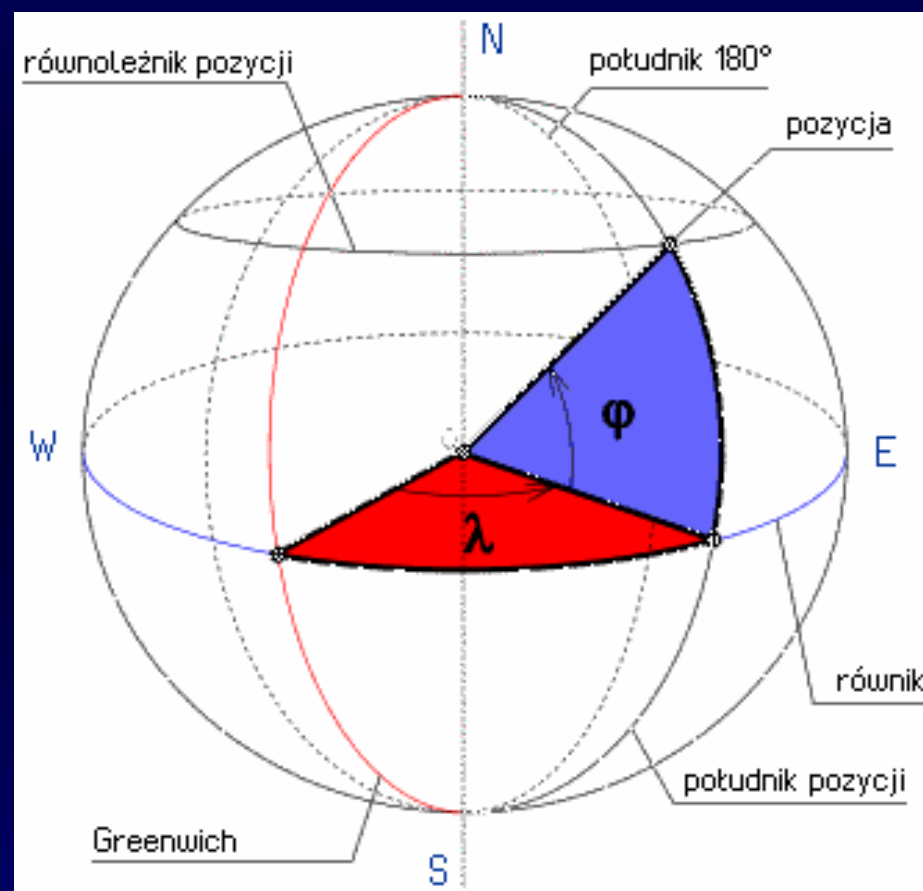
(np. geograficzne na powierzchni Ziemi)

Szerokość geograficzna φ :

kąąt pomiędzy kierunkiem
pionu w danym miejscu a
płaszczyzną równika
ziemskiego

Długość geograficzna λ :

kąąt dwuścienny pomiędzy
płaszczyzną południka
zerowego a płaszczyzną
południka przechodzącego
przez dane miejsce.



Elementy układów współrzędnych

Współrzędne geograficzne

- Oś układu
- Płaszczyzna podstawowa
- Pierwsza współrzędna
- jednostki; zakres; zwrot
- Druga współrzędna
- Półkole początkowe
- jednostki; zakres; zwrot
- Oś obrotu Ziemi
- Równik (prostopadły do osi obrotu)
- Szerokość geograficzna φ
- $^{\circ}$; od -90 (S) do +90 (N)
- Długość geograficzna λ
- Południk zerowy
- $^{\circ}$; od -180 (W) do +180 (E)

Pion - wyznaczony przez kierunek siły grawitacji

Horyzont - Koło Wielkie prostopadłe do pionu

Zenit i Nadir - punkty przecięcia pionu ze sferą niebieską

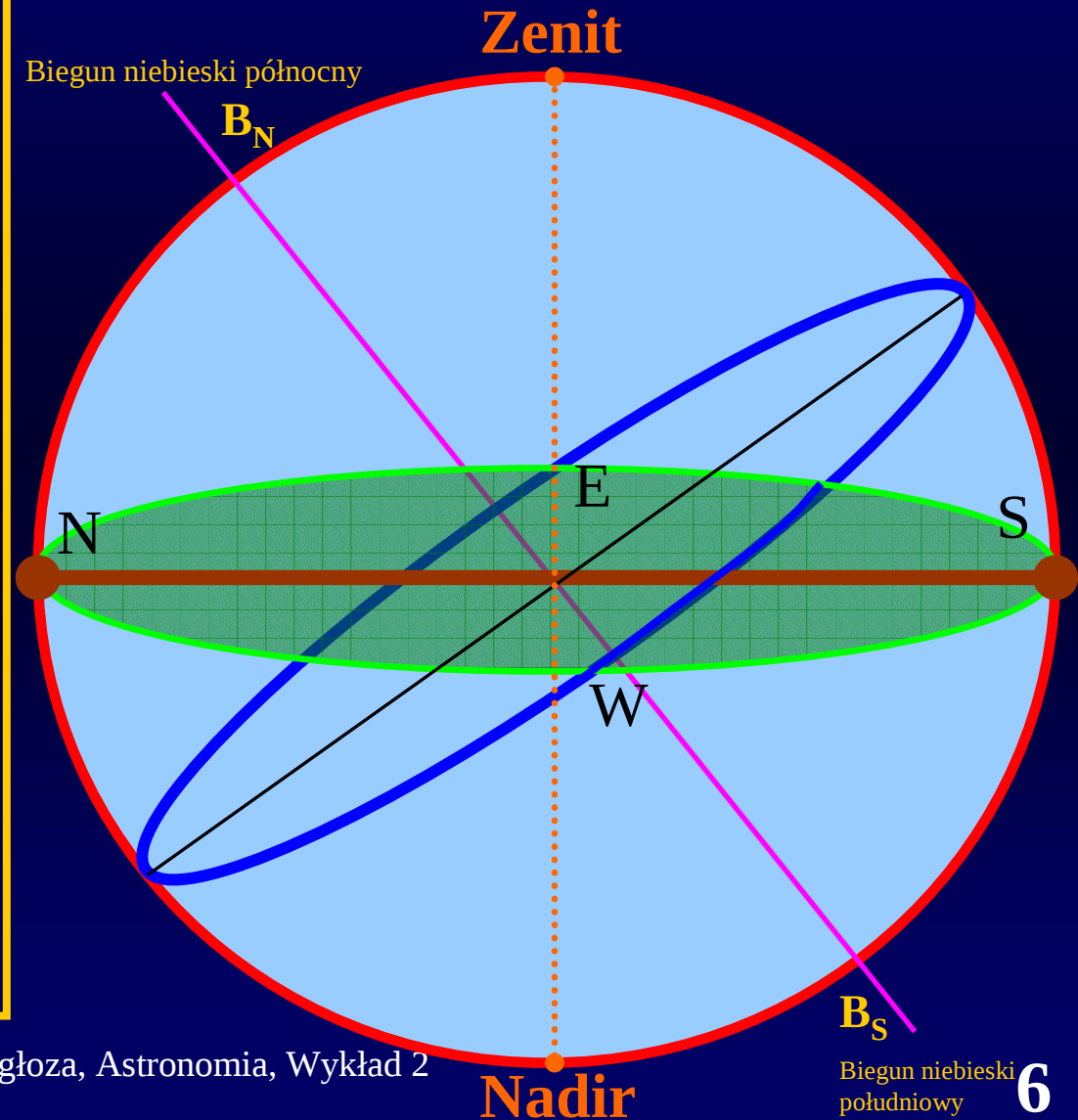
Oś świata - prosta równoległa do osi obrotu Ziemi przechodząca przez obserwatora

Bieguny Niebieskie - przecięcie Osi Świata ze sferą

Równik Niebieski - Koło Wielkie prostopadłe do Osi Świata, równoległe do równika ziemskiego. Przecina horyzont w punktach E, W

Południk Niebieski - Koło Wielkie przechodzące przez Bieguny, Zenit i Nadir. Jego przecięcie z horyzontem wyznacza punkty N, S

Sfera niebieska



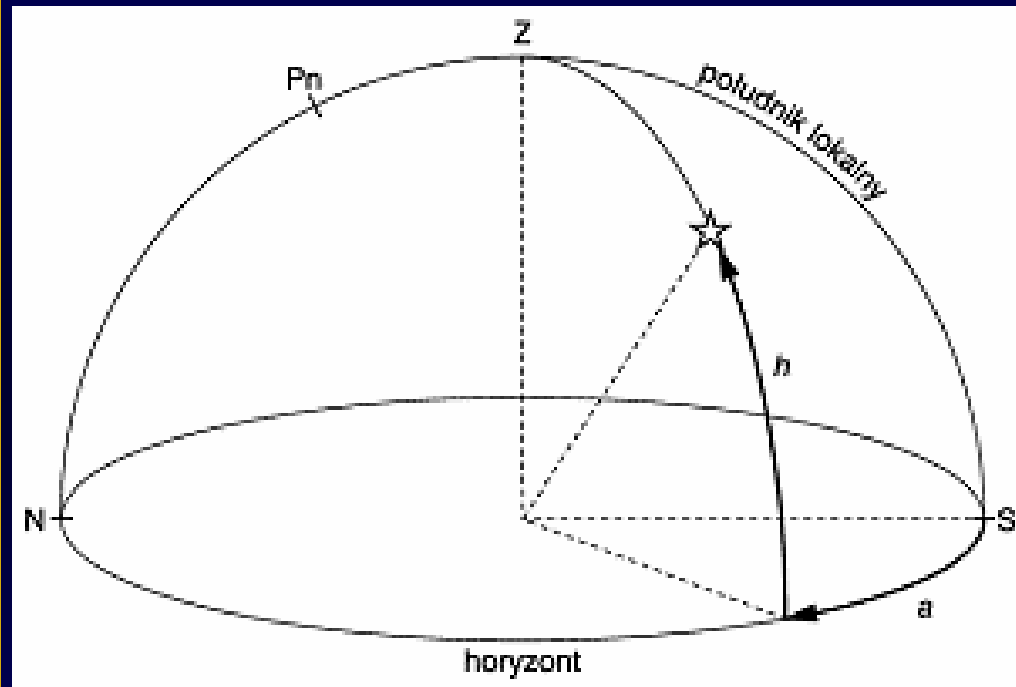
Współrzędne horyzontalne

Wysokość h :

kąt pomiędzy kierunkiem do danego obiektu na sferze niebieskiej a płaszczyzną horyzontu

Azymut a :

kąt dwuścienny pomiędzy półpłaszczyzną południka niebieskiego a półpłaszczyzną zawierającą pion i przechodzącą przez dane miejsce na sferze niebieskiej.



Elementy układów współrzędnych

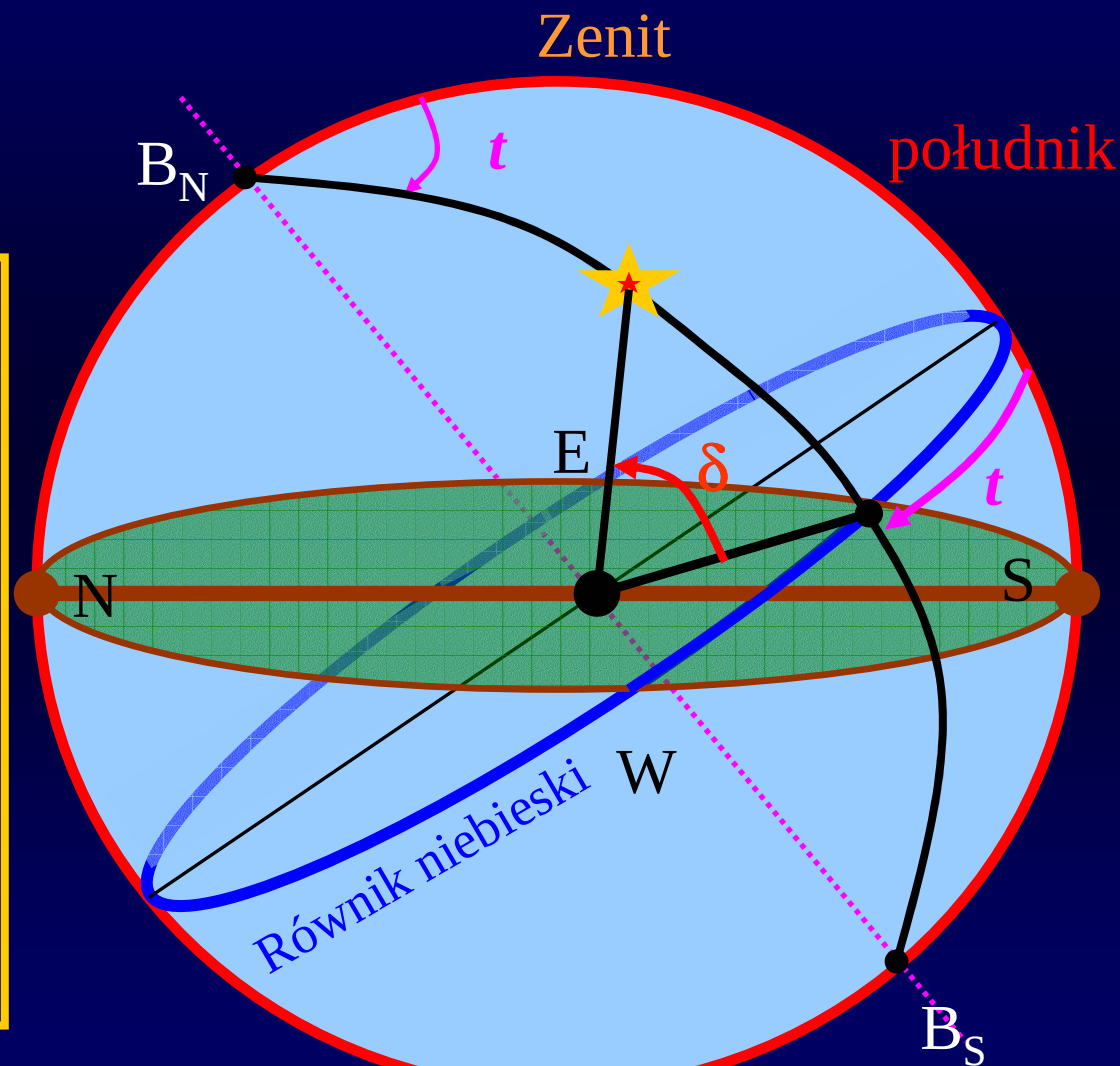
Współrzędne horyzontalne

- Oś układu
- Płaszczyzna podstawowa
- Pierwsza współrzędna
- jednostki; zakres; zwrot
- Druga współrzędna
- Półkole początkowe
- jednostki; zakres; zwrot
- Pion
- Horyzont matematyczny (prostopadły do pionu)
- Wysokość h
- $^{\circ}$; od -90° do $+90^{\circ}$
- Azymut a lub Az
- Kierunek S
- $^{\circ}$; $0^{\circ} - 360^{\circ}$; $S \rightarrow W \rightarrow N \rightarrow E$

Współrzędne równikowe-południkowe

Kąt godzinny t : kąt pomiędzy płaszczyzną **południka** niebieskiego a płaszczyzną wyznaczoną przez Oś Świata i obiekt na niebie

Deklinacja δ : kąt pomiędzy kierunkiem do obiektu a płaszczyzną **równika** niebieskiego



Elementy układów współrzędnych

Współrzędne równikowe-południkowe

- Oś układu
- Płaszczyzna podstawowa
- Pierwsza współrzędna
- jednostki; zakres; zwrot
- Druga współrzędna
- Półkole początkowe
- jednostki; zakres; zwrot
- Oś świata
- Równik niebieski
- deklinacja δ
- $^{\circ}$; od -90 (S) do +90 (N)
- kąt godzinny t
- od południka
- $^{\text{h m s}}$; 0 - 24; na zachód

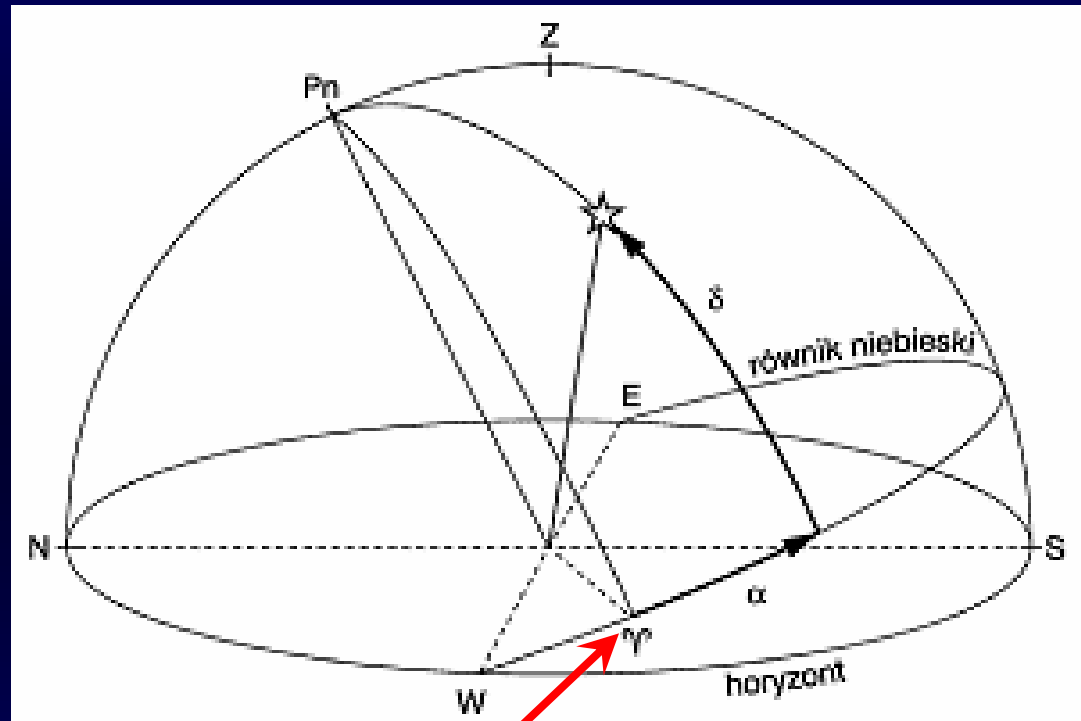
Współrzędne równikowe-równonocne

Deklinacja δ :

kąt pomiędzy kierunkiem do danego obiektu na sferze niebieskiej a płaszczyzną równika niebieskiego

Rektascensja α :

kąt dwuścienny pomiędzy półpłaszczyzną wyznaczoną przez Oś Świata i punkt równonocy wiosennej (Punkt Barana) a półpłaszczyzną zawierającą Oś Świata i przechodzącą przez dane miejsce na sferze niebieskiej.



**Punkt
Barana**

Elementy układów współrzędnych

Współrzędne równikowe-równonocne

- Oś układu
 - Płaszczyzna podstawowa
 - Pierwsza współrzędna
 - jednostki; zakres; zwrot
 - Druga współrzędna
 - Półkole początkowe
 - jednostki; zakres; zwrot
 - Oś świata
 - Równik niebieski
 - deklinacja δ
 - $^{\circ}$; od -90 (S) do +90 (N)
 - rektascensja α
 - od punktu równonocy wiosennej*
 - $^{\text{h m s}}$; 0 - 24; na wschód
- * tzw. punkt Barana

Czas gwiazdowy T^*

- Obie współrzędne gwiazd w układzie horyzontalnym cały czas się zmieniają z niejednorodną prędkością
- Obie współrzędne gwiazd w układzie równikowym-równonocnym są stałe
- W układzie równikowym-południkowym deklinacja jest stała a kąt godzinny rośnie jednostajnie w czasie
- Wzajemną orientację obu układów równikowych określa tzw czas gwiazdowy

Czas gwiazdowy T^* jest równy rektascensji obiektów górujących lub kątowi godzinnemu punktu Barana¹

¹ Punkt Barana, pozycja Słońca w czasie równonocy wiosennej, przecięcie ekliptyki z równikiem niebieskim

Współrzędne równikowe-południkowe

Kąt godzinny punktu Barana t_{γ}
Czas gwiazdowy T^*

$$t_{\gamma} = T^*$$

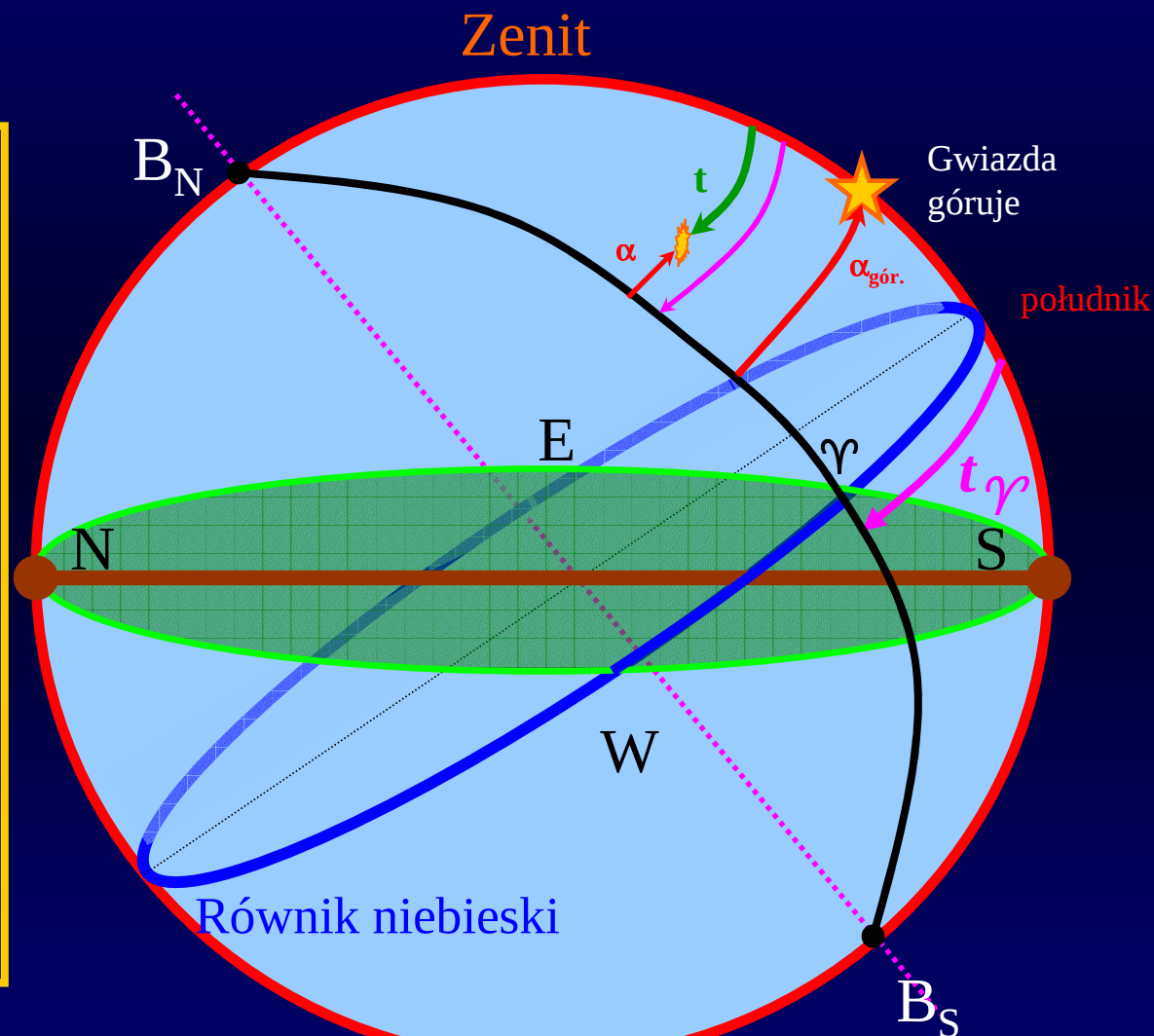
t_{γ} rośnie jednostajnie wraz z
upływem czasu gwiazdowego T^* .
(dlatego wygodnie jest używać
miary czasowej kątów!)

Rektascensja gwiazd górujących
 $\alpha_{\text{gór}}$ jest równa T^*

$$\alpha_{\text{gór}} = T^*$$

Dla innych obiektów:

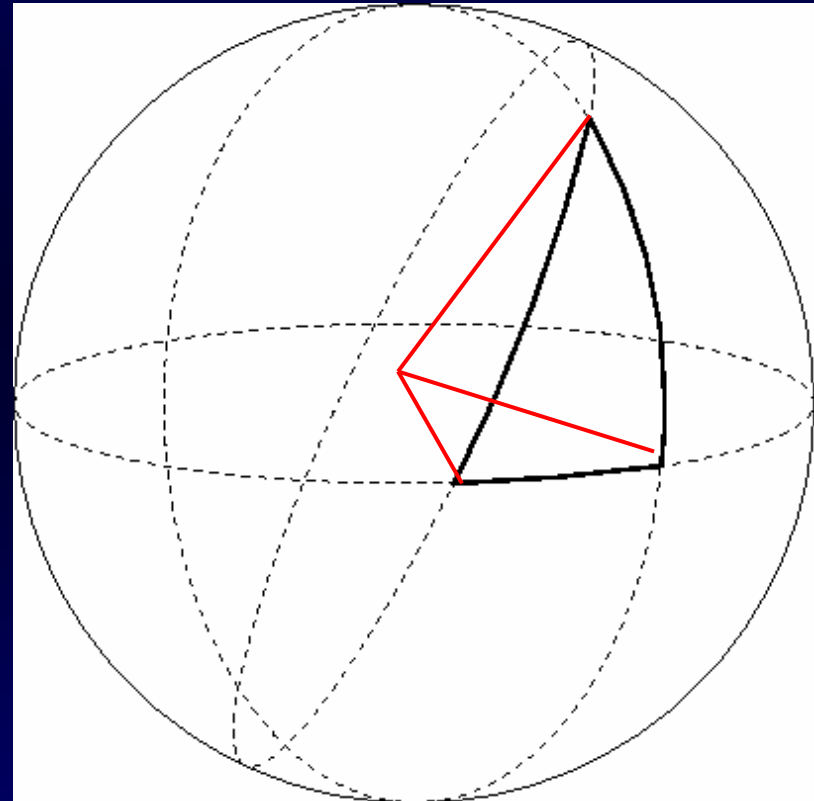
$$t = T^* - \alpha$$



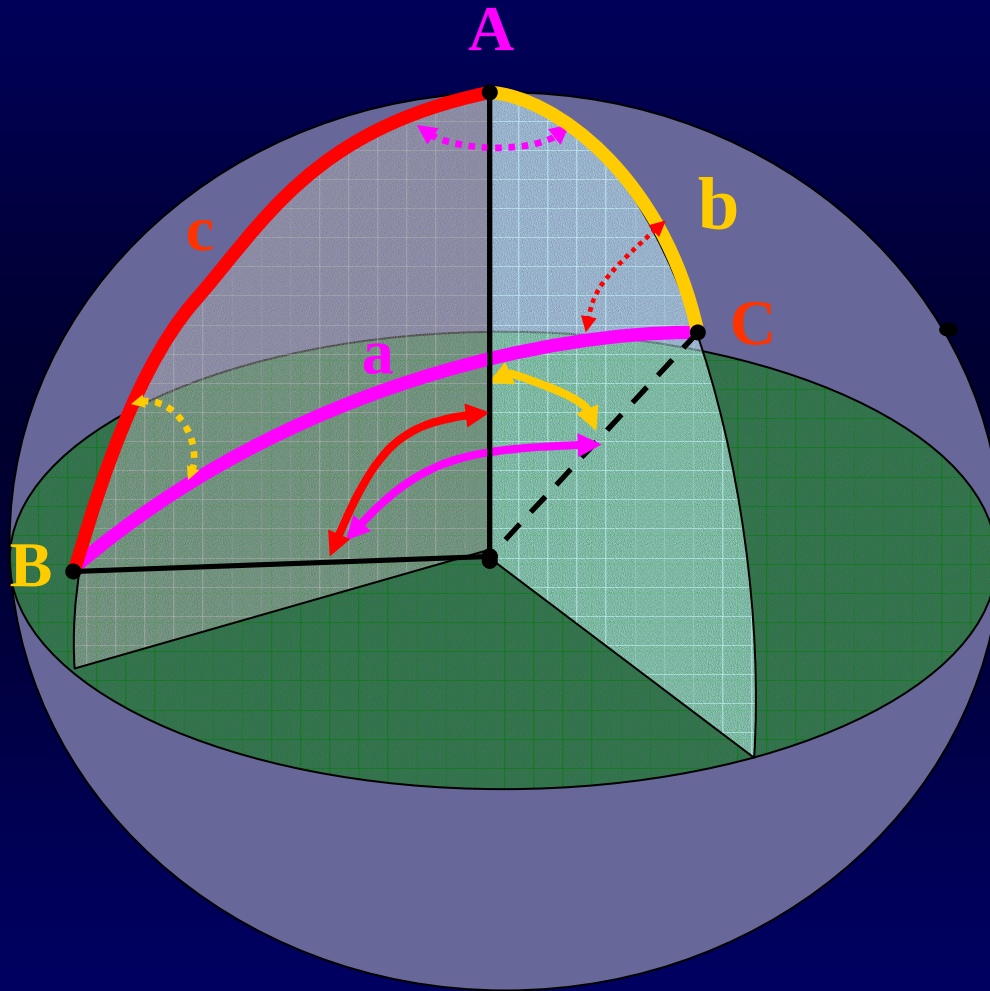
Trójkąty sferyczne i paralaktyczne

Trójkąt sferyczny

- Trójkąt leżący na powierzchni kuli
- Boki są fragmentami kół wielkich
- Boki opisujemy jako kąty z wierzchołkami w środku sfery



Trójkąt sferyczny



Kąty wierzchołkowe
oznaczamy A, B, C a ich
przeciwległe boki a, b, c

Boki trójkąta sferycznego są
również kątami!
(wierzchołek w środku sfery)

Suma $A+B+C$ jest większa
od 180 stopni i mniejsza od
540 stopni!

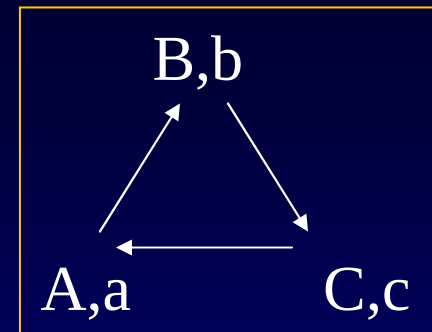
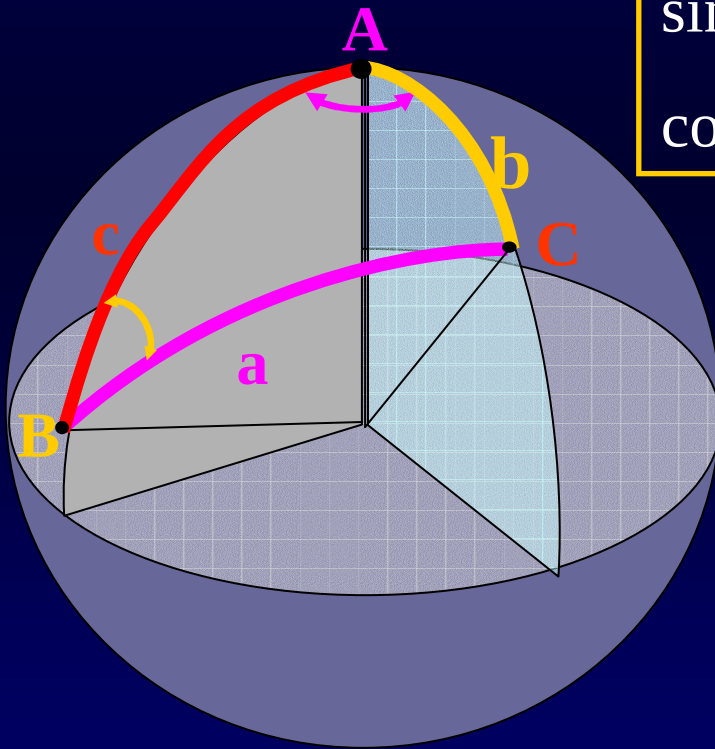
Podobnie jak w trójkątach
płaskich aby rozwiązać
trójkąt potrzeba znać trzy
elementy oraz odpowiednie
wzory:

Trójkąt sferyczny

$$\sin a / \sin A = \sin b / \sin B = \sin c / \sin C$$

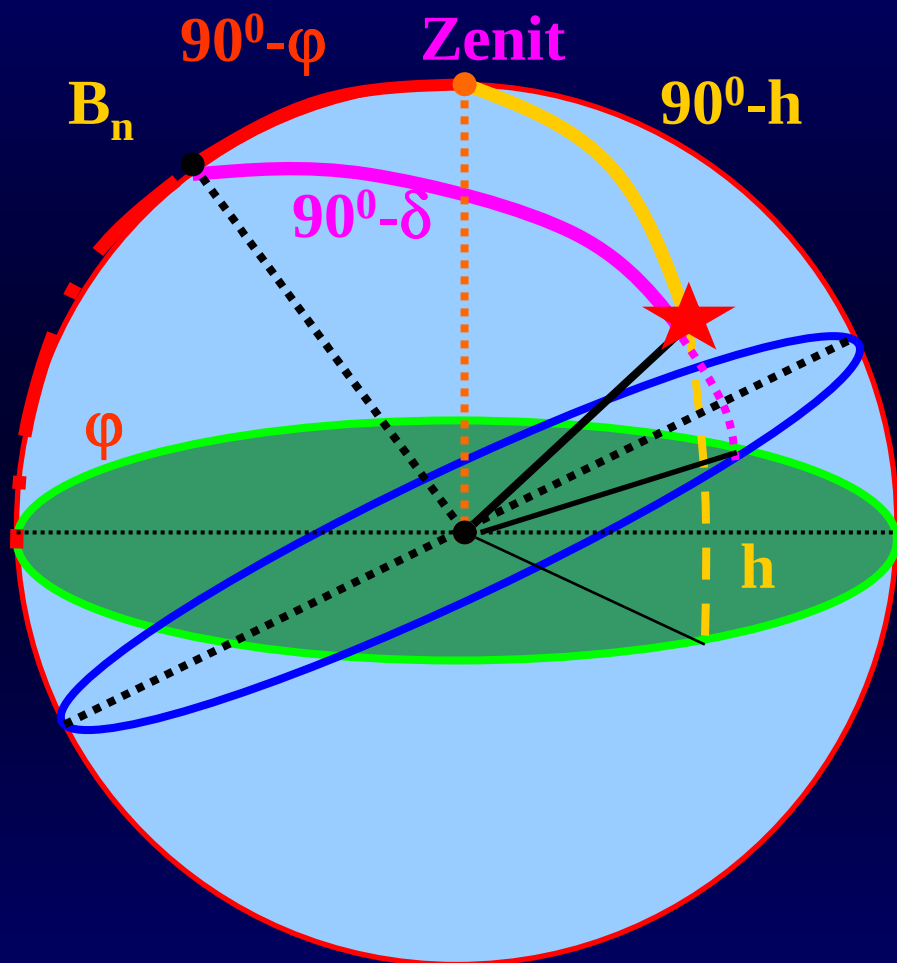
$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$



Reguła zmiany oznaczeń

Trójkąt paralaktyczny



Trójkąt na sferze niebieskiej o ustalonych wierzchołkach: Zenit, Biegun, Obiekt
Łączy współrzędne horyzontalne z równikowo-południkowymi

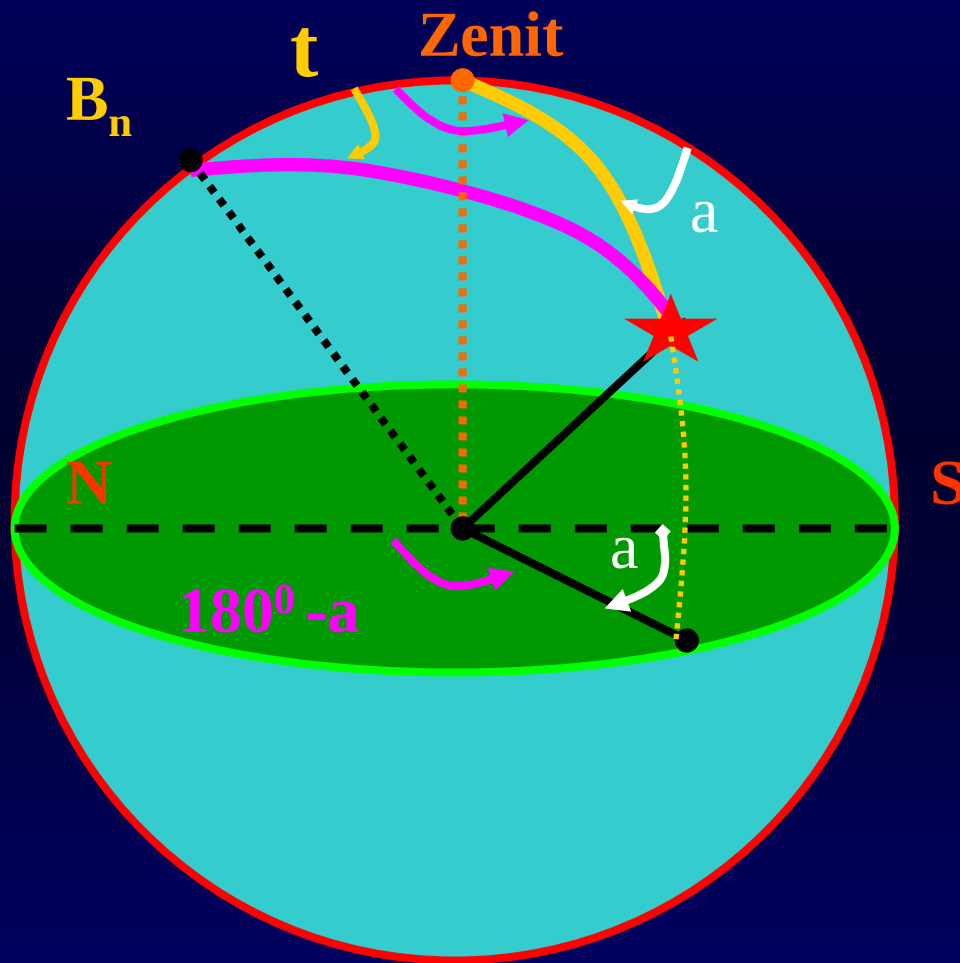
Wierzchołki:

- Zenit
- Biegun Niebieski
- gwiazda

Przeciwległe boki

- $90^\circ - \delta$ (δ deklinacja)
- $90^\circ - h$ (h wysokość - - -)
- $90^\circ - \varphi$ (φ szer. geogr. - . -)

Trójkąt paralaktyczny



Wierzchołki:

- Zenit
- Biegun Niebieski
- gwiazda

Kąty wierzchołkowe:

- $180^\circ - a$ (Az Azymut)
- kąt godzinny t
- kąt paralaktyczny

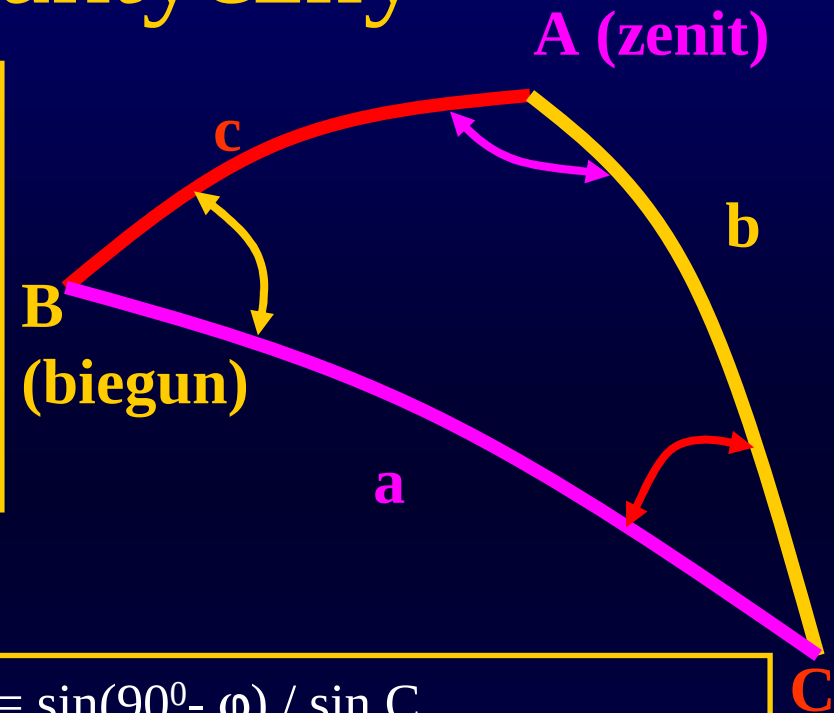
Trójkąt paralaktyczny

kąty: przeciwległe boki:

$$A = 180^\circ - a \quad a = 90^\circ - \delta$$

$$B = t \quad b = 90^\circ - h$$

$$C^* \quad c = 90^\circ - \varphi$$



* Tak zwany kąt przy gwiazdzie na ogół nie potrzebny do obliczeń

$$\sin(90^\circ - \delta) / \sin(180^\circ - a) = \sin(90^\circ - h) / \sin t = \sin(90^\circ - \varphi) / \sin C$$

$$\sin(90^\circ - \delta) \cos t = \cos(90^\circ - h) \sin(90^\circ - \varphi) - \sin(90^\circ - h) \cos(90^\circ - \varphi) \cos(180^\circ - a)$$

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - h) \cos(90^\circ - \varphi) + \sin(90^\circ - h) \sin(90^\circ - \varphi) \cos(180^\circ - a)$$

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos(t)$$

Zastosowania trójkątów sferycznych do nawigacji:

Ortodroma i Loksodroma

czyli szybka lub łatwa podróż po powierzchni sfery

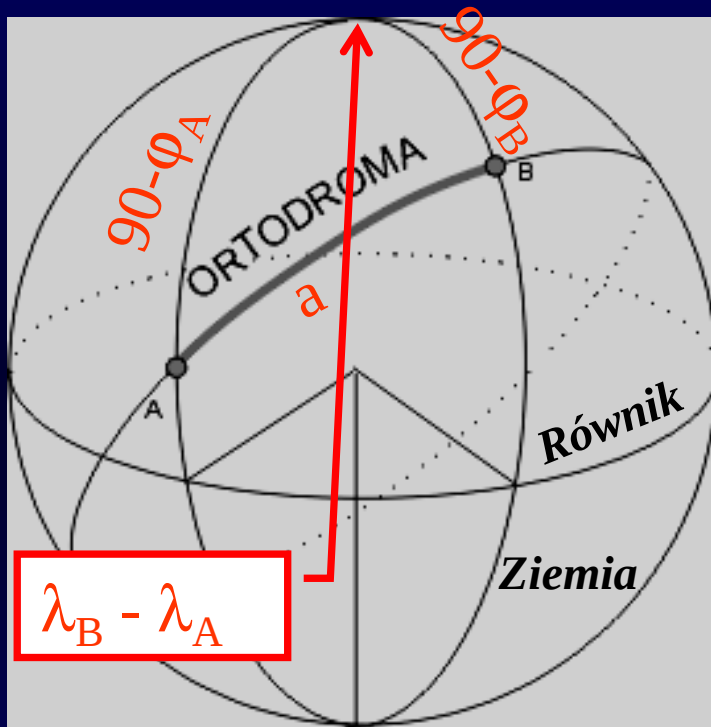
Ortodroma - „prostobieźnia”

- jest najkrótszą drogą pomiędzy dwoma punktami na powierzchni sfery (np.: dwa miasta na kuli ziemskiej)
- Do obliczenia jej długości stosuje się trójkąt sferyczny na powierzchni Ziemi z wierzchołkami: Biegun ziemski, punkt 1, punkt 2
- jest fragmentem koła wielkiego
- przecina kolejne południki pod różnymi kątami (podróżnik musi ciągle zmieniać kurs)

Loksodroma - „skośnobieźnia”

- przecina wszystkie południki pod tym samym kątem, zatem podróżnik może utrzymywać stały kurs aby dotrzeć do celu
- jest dłuższa od ortodromy

Ortodroma - najkrótsza droga (łuk koła wielkiego)



Kąt przy biegunie jest równy różnicy długości geograficznych obu miejsc ($\lambda_B - \lambda_A$)

Długości geograficzne zachodnie podstawiamy ze znakiem minus!

Boki przy biegunie są związane z szerokością geograficzną punktów A i B ($90-\varphi_A$) i ($90-\varphi_B$)

Z wzoru kosinusowego można obliczyć $\cos(a)$ a następnie bok a

$$\cos a = \cos(90-\varphi_B)\cos(90-\varphi_A) + \sin(90-\varphi_B)\sin(90-\varphi_A)\cos(\lambda_B-\lambda_A)$$

Ortodroma

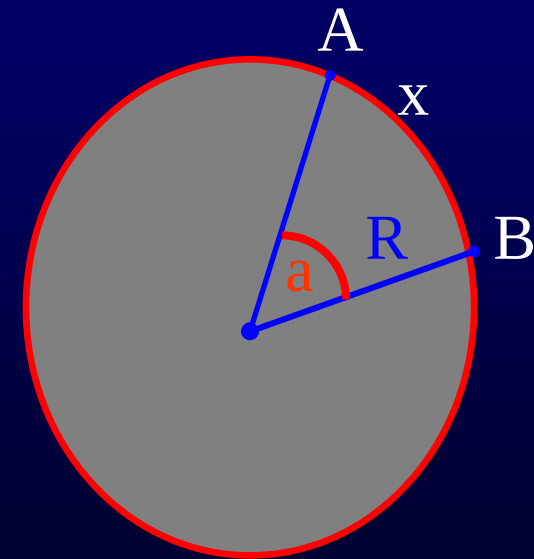
$$a = \arccos(\cos(a))^*$$

$$\text{Z proporcji: } a/360^\circ = x / 2\pi R$$

gdzie:

X to odległość punktów A i B

R promień Ziemi



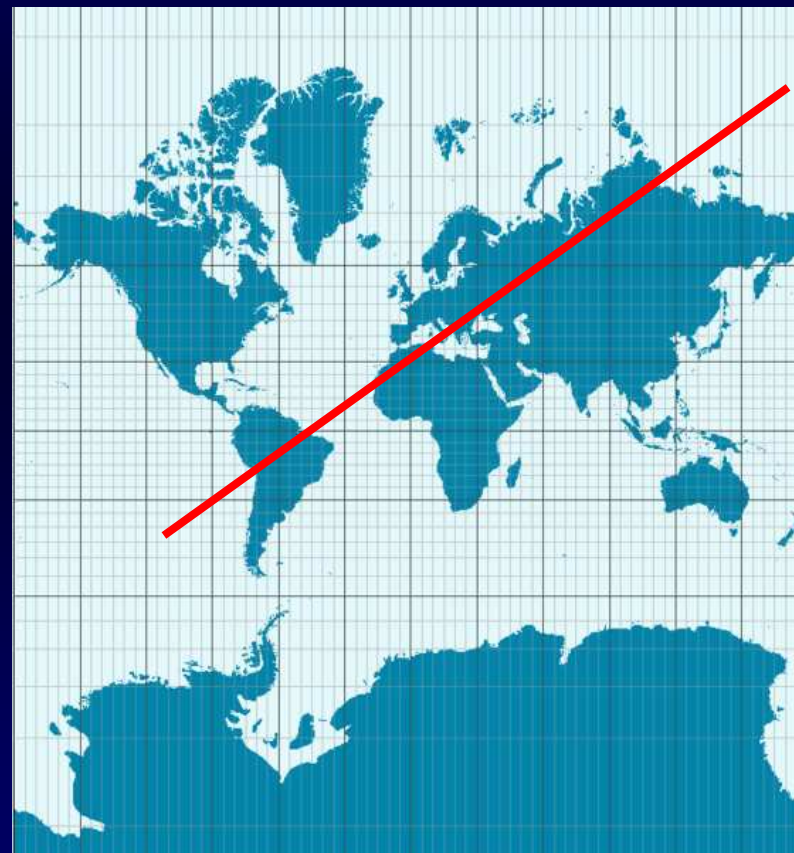
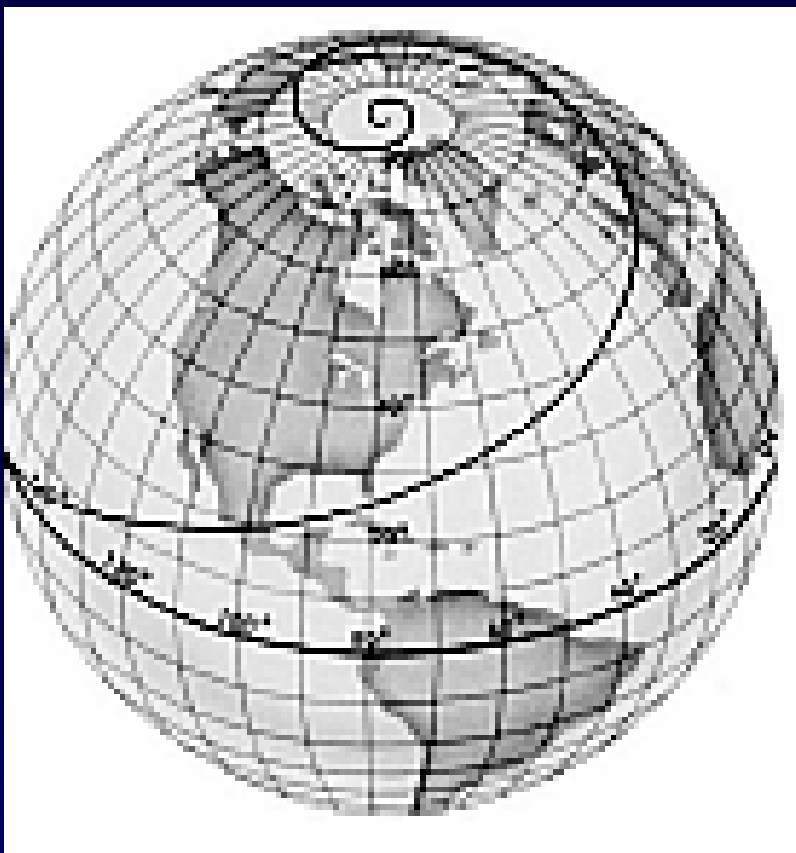
Przekrój Ziemi w płaszczyźnie
wyznaczonej przez punkty A i B
oraz środek Ziemi:

1 mila morska = 1852 metry odpowiada kątowi $a = 1'$
 1° koła wielkiego odpowiada odległości ~ 111.2 kilometrów

* Funkcja: $\cos(60^\circ) = 0.5$; funkcja do niej przeciwna: $\arccos(0.5) = 60^\circ$

Loksodroma

przecina południki pod stałym kątem
na mapie Merkatora jest linią prostą



Wyznaczanie kursu loksodromy

- Dla punktów o współrzędnych (λ_1, φ_1) i (λ_2, φ_2) obliczamy wielkości pomocnicze:

$$\Phi_1 = \ln (\operatorname{tg} (45^\circ - \varphi_1/2)) \text{ i } \Phi_2 = \ln (\operatorname{tg} (45^\circ - \varphi_2/2))$$

- Kurs α (kąt pomiędzy kierunkiem N a kierunkiem ruchu mierzony zgodnie z kierunkiem wskazówek zegara) obliczymy ze związku :

$$\operatorname{tg} \alpha = (\lambda_1 - \lambda_2) / (\Phi_1 - \Phi_2)$$

- W praktyce nawigacja odbywa się po linii łamanej zbliżonej do ortodromy a poszczególne odcinki są fragmentami różnych loksodrom

Kształt i rozmiary Ziemi

Najdawniejsze wyobrażenia

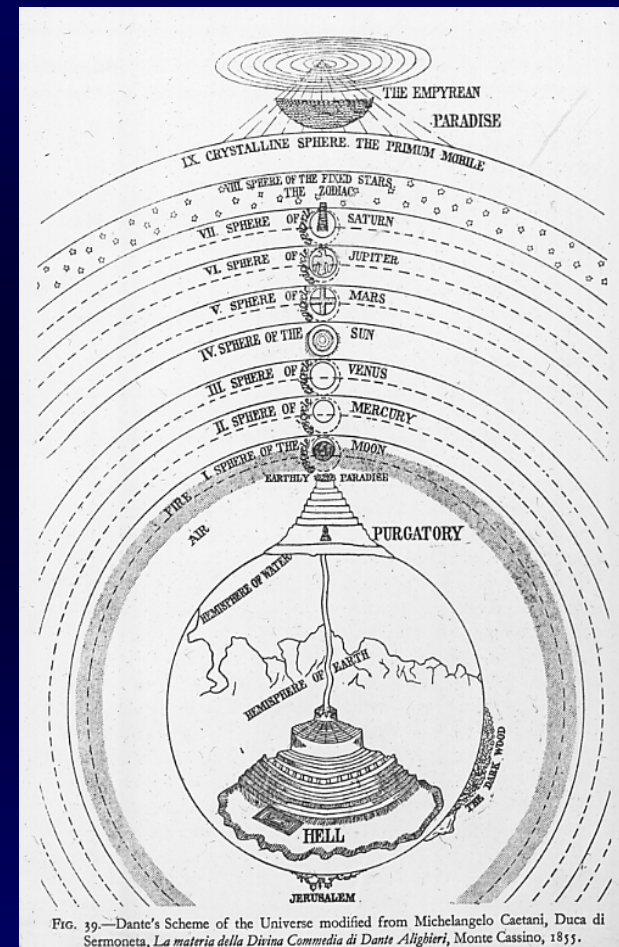
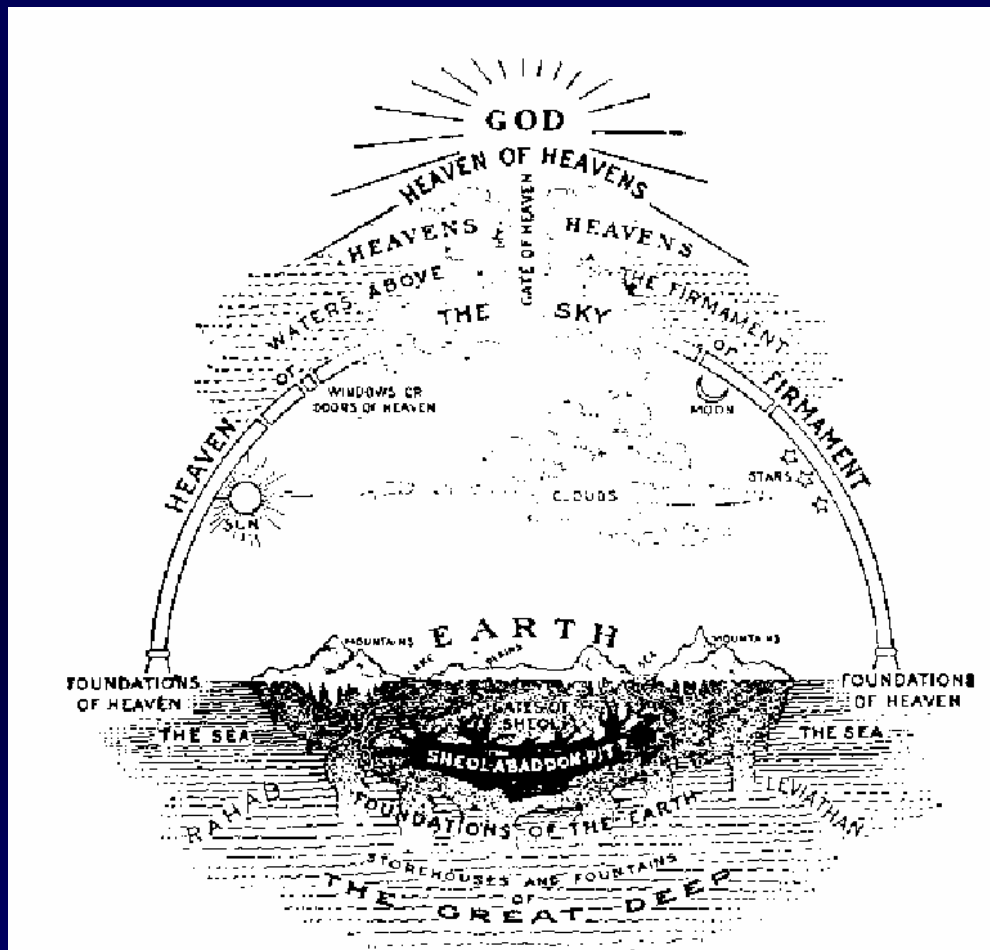
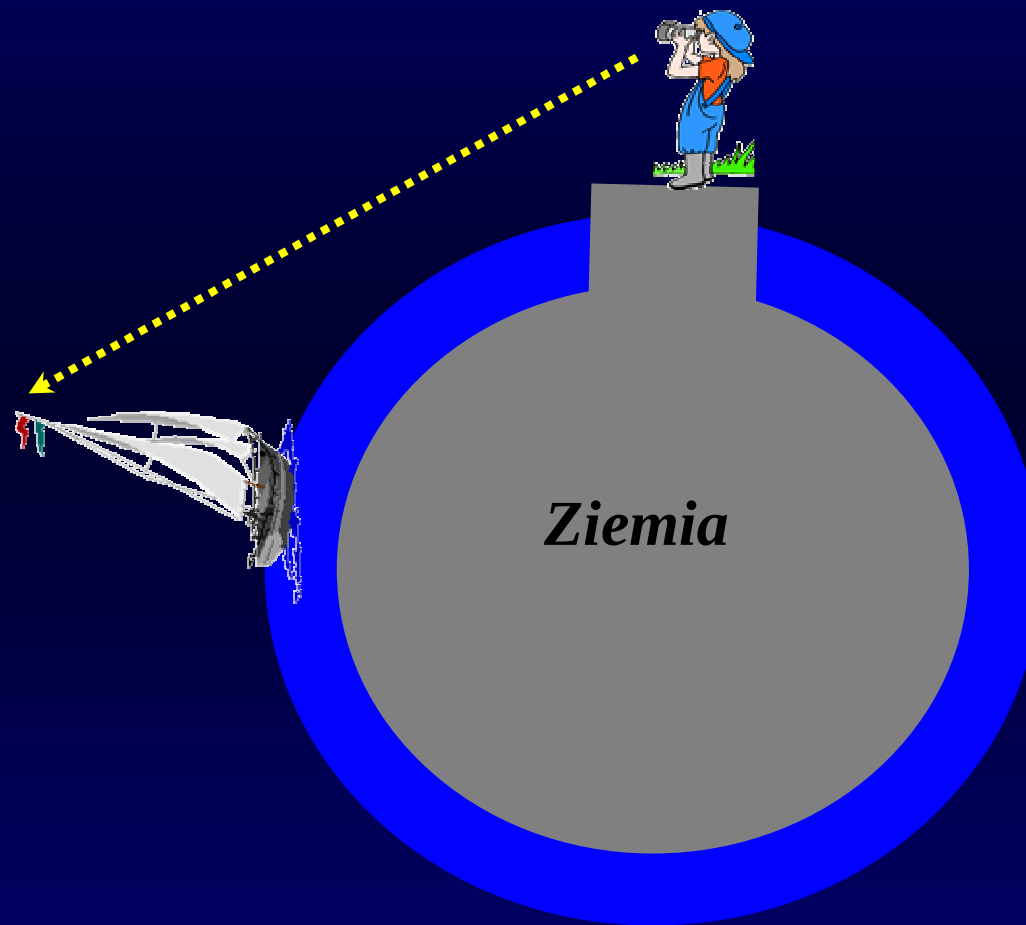


FIG. 39.—Dante's Scheme of the Universe modified from Michelangelo Caetani, Duca di Sermoneta, *La materia della Divina Commedia di Dante Alighieri*, Monte Cassino, 1855.

Kulistość globu ziemskiego

- wyłanianie się masztów statków zza horyzontu
- zmiana wysokości Bieguna Niebieskiego przy zmianie szerokości geograficznej obserwatora
- okrągły kształt cienia Ziemi widoczny podczas zaćmienia Księżyca
- doświadczenie Eratostenesa
(obserwacja wysokości górowania Słońca na różnych szerokościach geograficznych)

Obiekty na horyzoncie



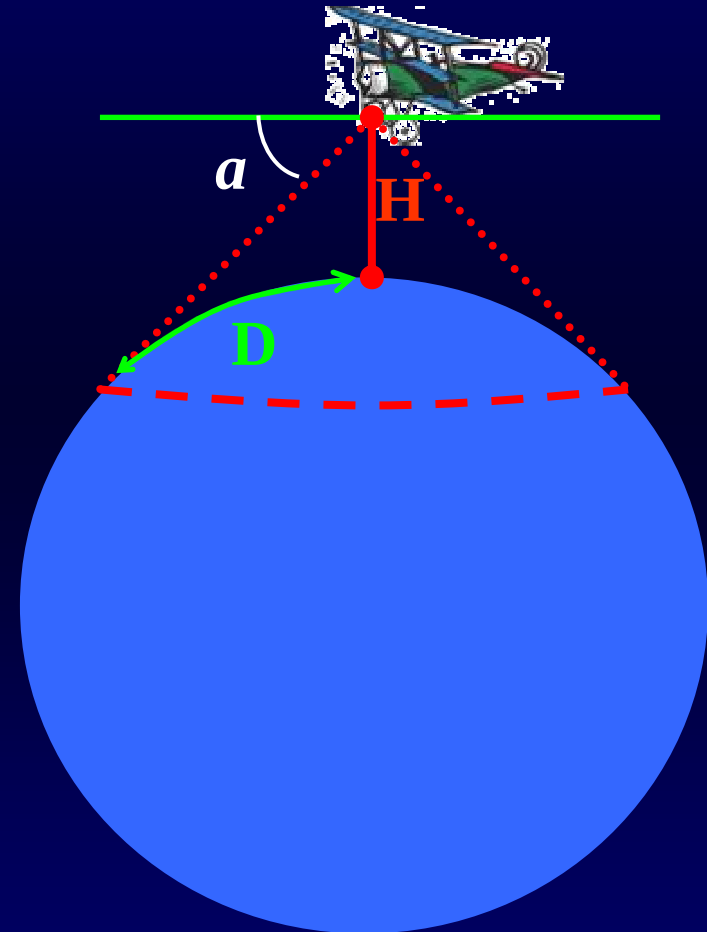
Obniżenie horyzontu

- Horyzont dla obserwatora znajdującego się na pewnej wysokości H nad powierzchnią Ziemi obniża się o pewien kąt α , można obliczyć wartość obniżenia:

$$\alpha ['] = 1.779 (H [m])^{1/2}$$

- Zasięg widoczności:

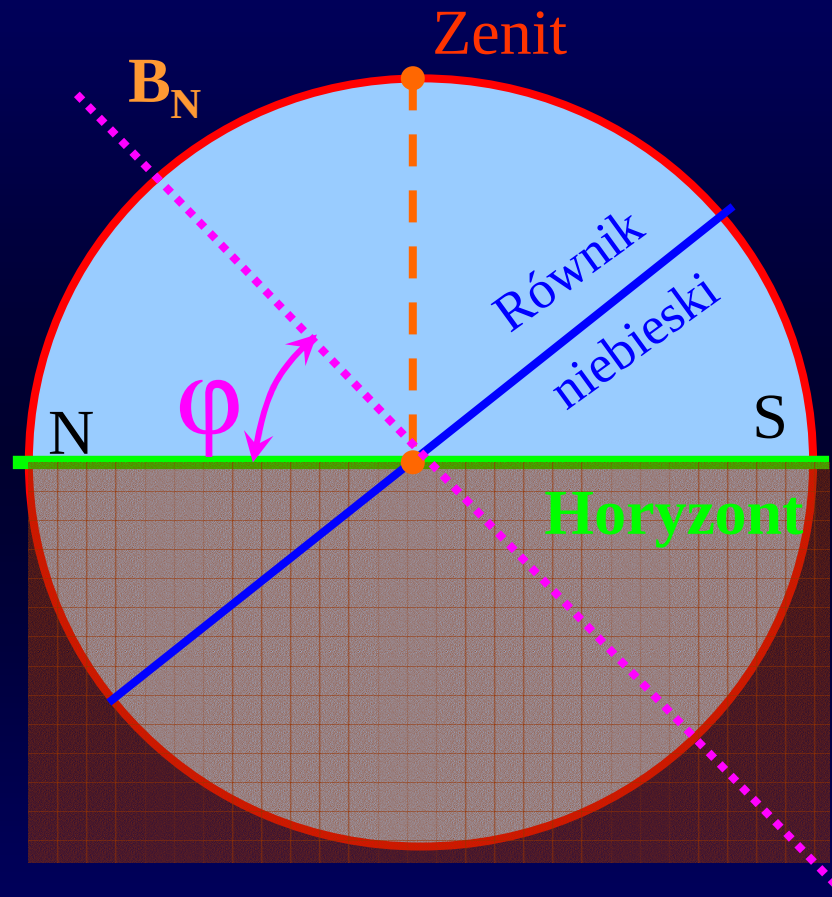
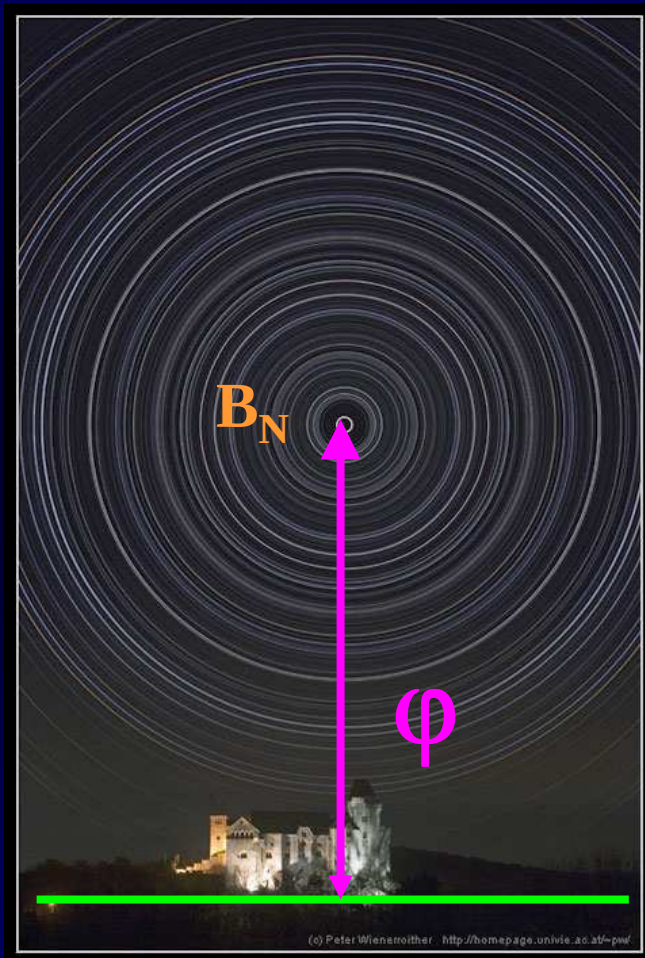
$$D [km] = 3.86 (H [m])^{1/2}$$



Położenie Bieguna Niebieskiego

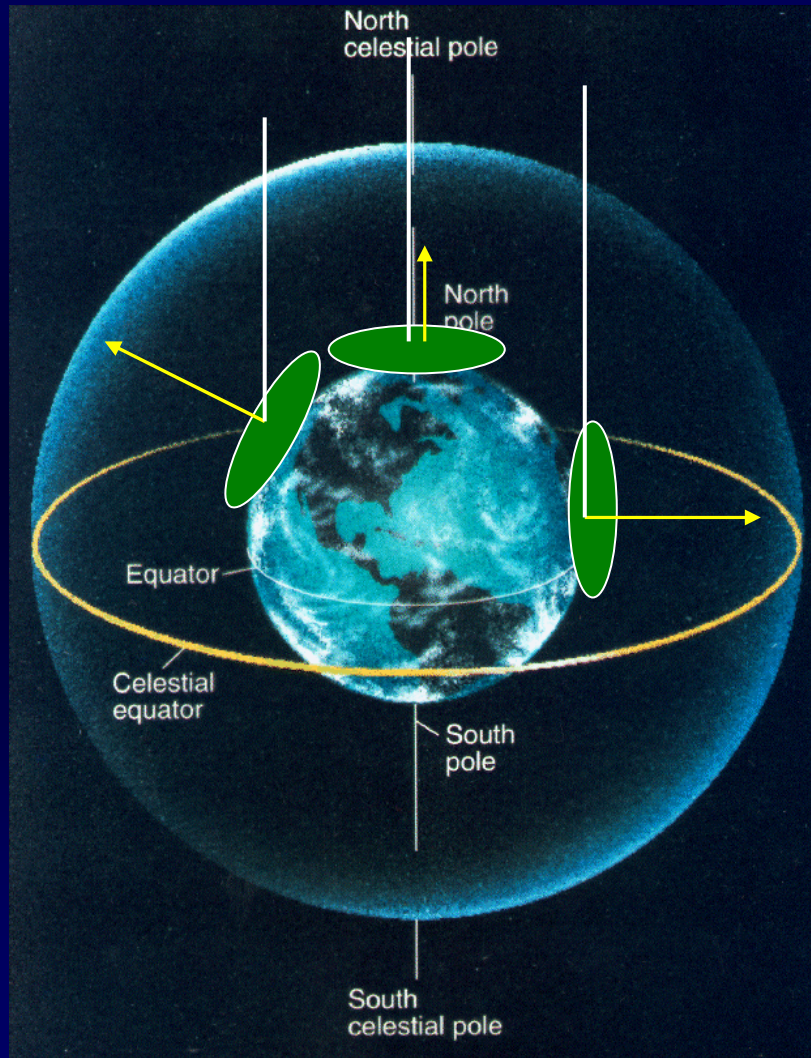


Zmiana wysokości Bieguna



Przekrój sfery niebieskiej w płaszczyźnie południka niebieskiego

Położenie Bieguna Niebieskiego



Wysokość bieguna
niebieskiego jest równa
szerokości geograficznej
miejsca obserwacji

Na biegunie ziemskim biegun niebieski
znajduje się w zenicie

Na Równiku widać oba bieguny niebieskie
leżące na horyzoncie

- > kierunek na Zenit
- kierunek na Biegun
- Płaszczyzna horyzontu

Zarys cienia Ziemi na Księżycu

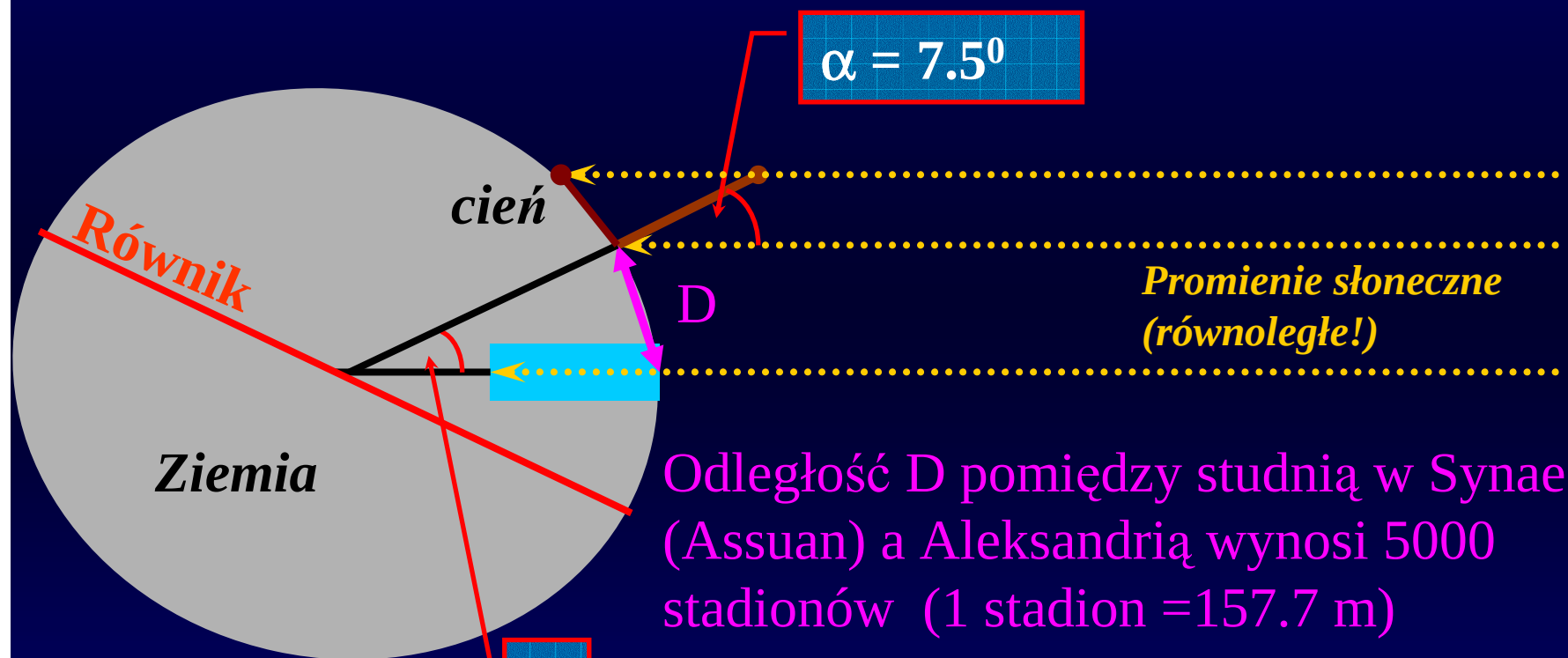
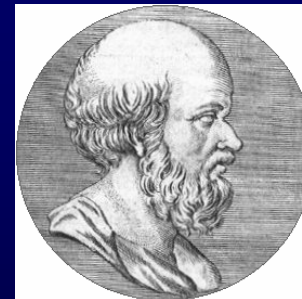


W czasie zaćmienia
Księżycy cień Ziemi
pada na Księżyc

Cień Ziemi ma większą
średnicę niż Księżyc
lecz brzeg cienia jest
zaokrąglony



Doświadczenie Eratostenesa - pomiar rozmiarów Ziemi



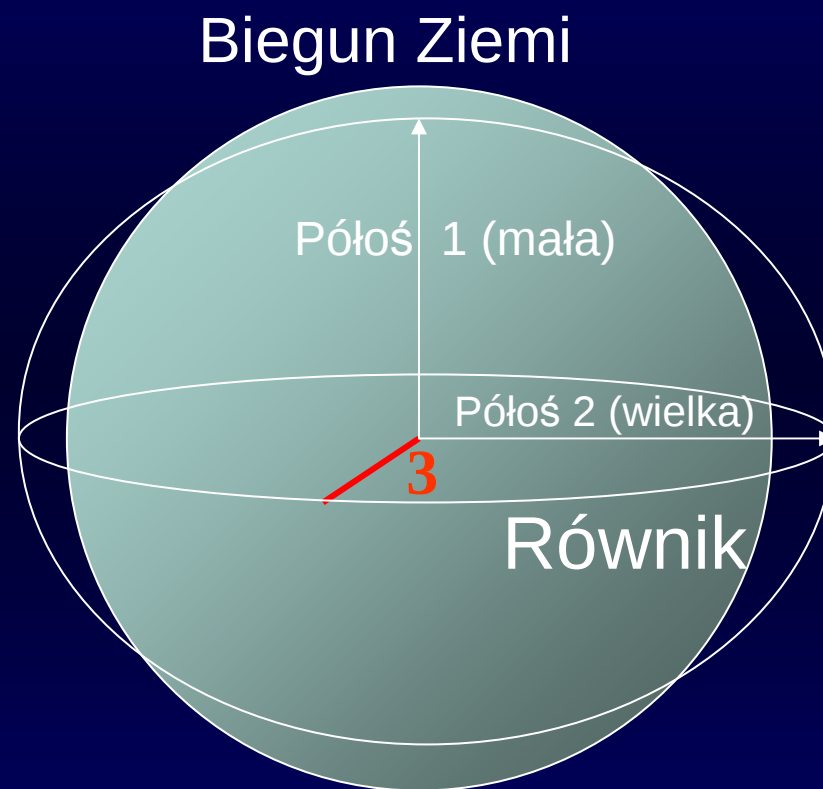
W Syene Słońce
było w Zenicie,
a w Aleksandrii nie!

Odległość D pomiędzy studnią w Synae (Assuan) a Aleksandrią wynosi 5000 stadionów (1 stadion = 157.7 m)

Oba miasta leżą w przybliżeniu na jednym południku (Koło Wielkie)

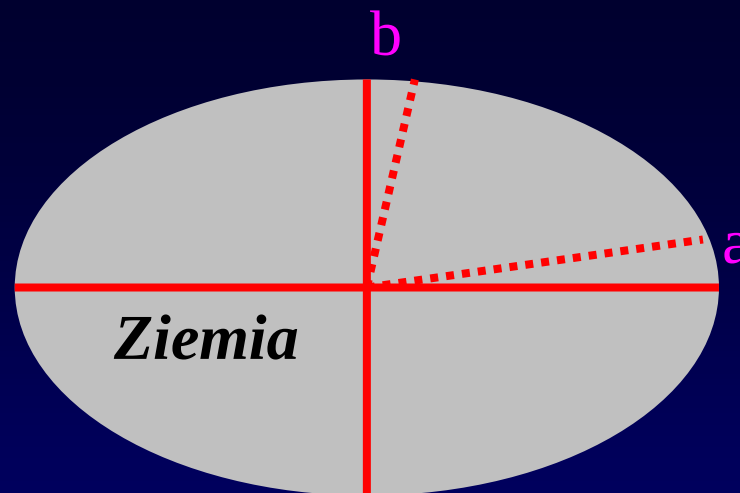
Dokładniejsze przybliżenia kształtu Ziemi

1. Kula (stały promień)
2. Elipsoida obrotowa
Równik jest kołem
(różne półośie 1 i 2)
3. Elipsoida trójosiowa
Równik jest elipsą
(różne półośie 2 i **3**)
4. Geoida



Elipsoida obrotowa

- Skonstruowana na podstawie pomiarów długości 1^0 fragmentów południków ziemskich na różnych szerokościach geograficznych
- Spłaszczenie Ziemi powoduje, przy aby zmienić szerokość geograficzną o 1 stopień przy równiku trzeba przebyć inną drogę niż przy biegunie ($a > b$)



Elipsoida obrotowa WGS-84

- Promień równikowy Ziemi a
- Promień biegunowy Ziemi b
- Spłaszczenie $s = (a-b)/a$
- Obecnie stosuje się elipsoidę o rozmiarach:

$$a = 6378137.0 \text{ m}$$

$$b = 6356087.0 \text{ m}$$

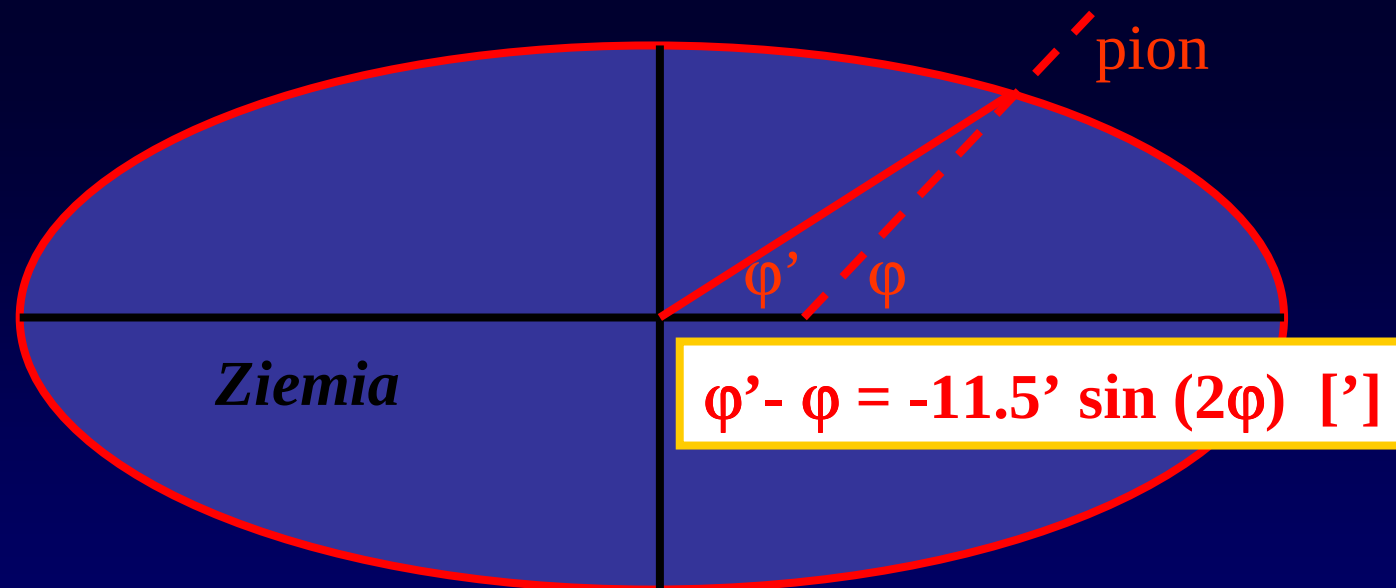
$$s = 1/298.25722356$$

Współrzędne geograficzne i geocentryczne

Szerokość geocentryczna φ' : kąt pomiędzy płaszczyzną równika ziemskiego a prostą przechodzącą przez środek Ziemi i dane miejsce na jej powierzchni

Szerokość geograficzna φ : kąt pomiędzy płaszczyzną równika ziemskiego a kierunkiem pionu w danym miejscu

Szerokość geodezyjna φ'' : kąt pomiędzy płaszczyzną równika ziemskiego a kierunkiem prostopadłym do elipsoidy obrotowej w danym miejscu



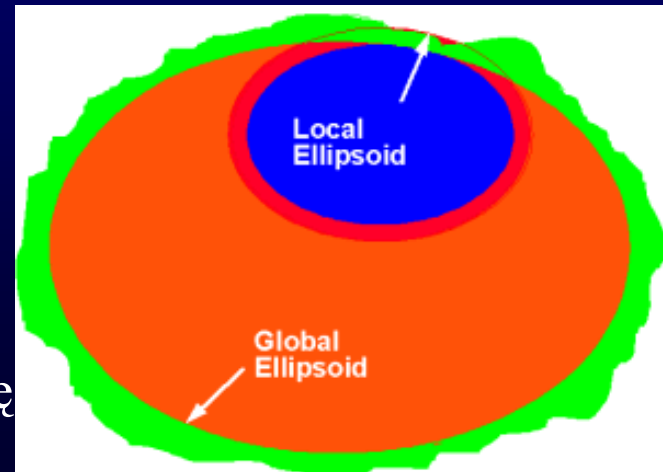
Elipsoida trójosiowa

- Promień biegunowy Ziemi jest o ok. 21 km krótszy od równikowego
- Równik ziemski nie jest kołem lecz elipsą, której wielka oś jest dłuższa o 200m od krótszej i oś skierowanej w kierunku południków: -15° i 165°
- Południowy promień biegunowy jest o 30 m dłuższy od północnego

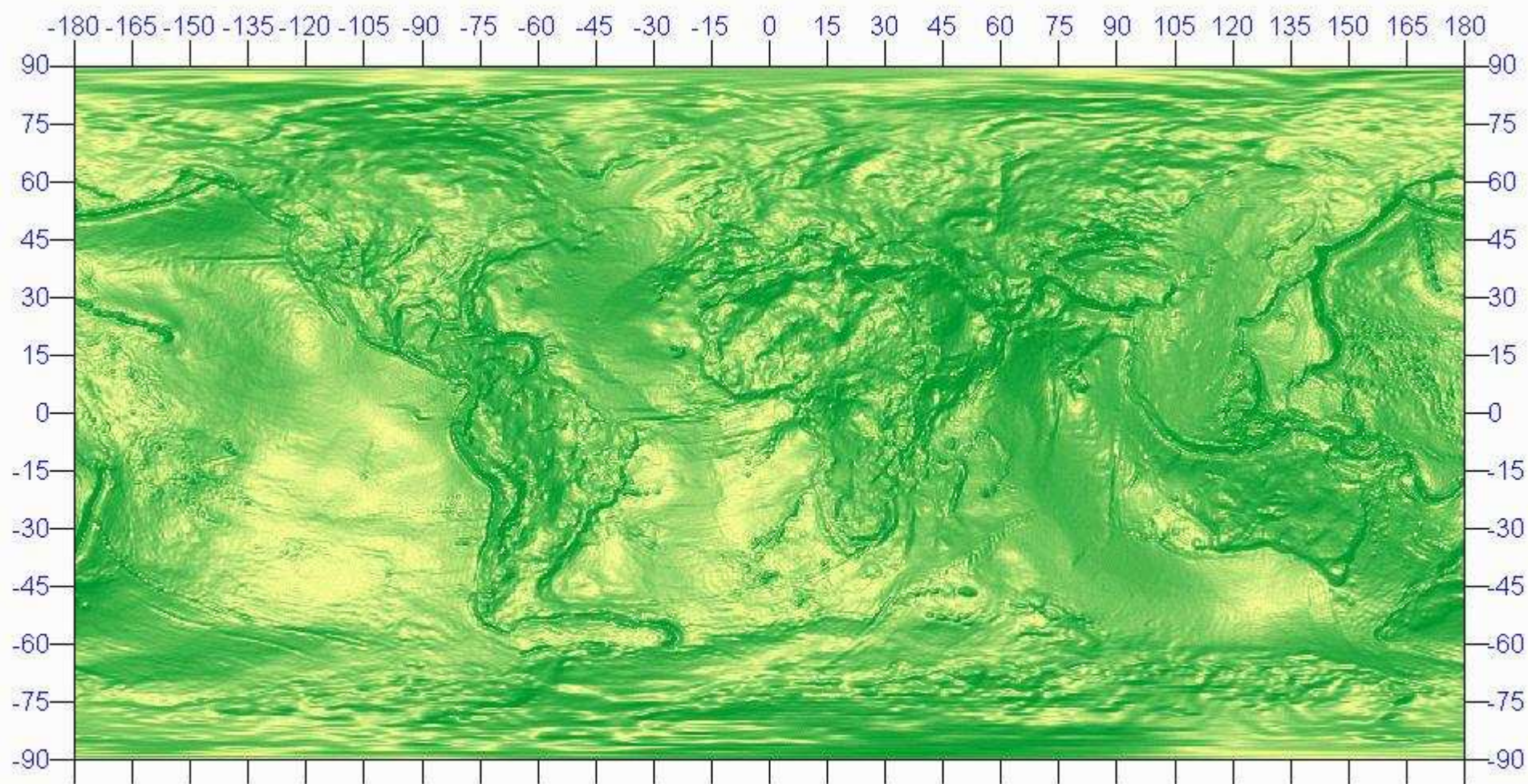
Geoida

Jest to powierzchnia prostopadła do kierunku pionu w każdym punkcie

- Może być wyznaczana lokalnie lub globalnie
- Obecnie najczęściej stosuje się globalną geoidę WGS-84 (World Geodetic System)



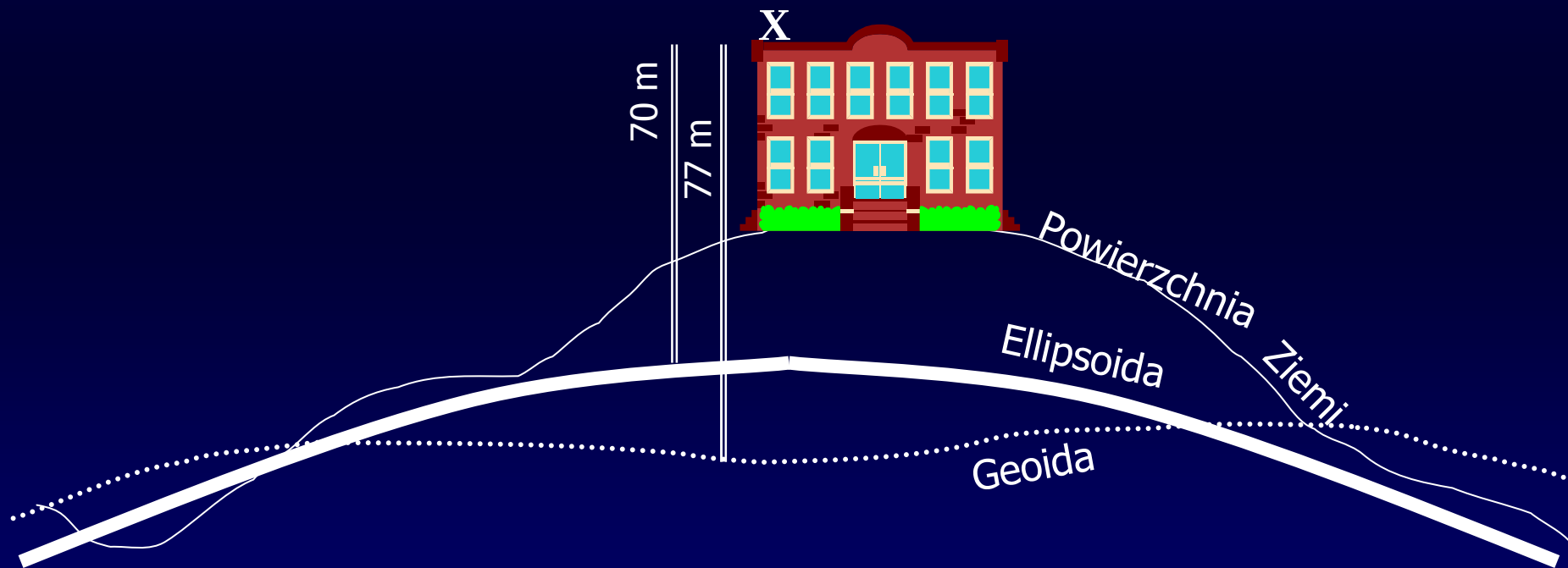
Ellipsoid	Date	Equatorial radius	Polar radius	Polar flattening	Where its used
Airy	1830	3962.65	3949.32	1/299.32	Great Britian
Australian	1969	3962.93	3949.64	1/298.25	Australia, South America
Bessel	1841	3962.46	3949.21	1/299.15	China, Korea, Japan
Clarke	1866	3962.96	3949.53	1/294.98	North America, Central America, Greenland
Clarke	1880	3962.99	3949.48	1/293.46	Much of Africa
Everest	1830	3962.38	3949.21	1/300.80	India, Southeast Asia, Indonesia
GRS	1980	3962.94	3949.65	1/298.25	Newly adopted for North America
International	1924	3962.07	3949.73	1/297.00	Europe, Indivisual states in South America
Krassovsky	1940	3962.98	3949.7	1/298.30	Russia
WGS	1972	3962.92	3949.62	1/298.26	NASA, US DOD, oil companies, Russia



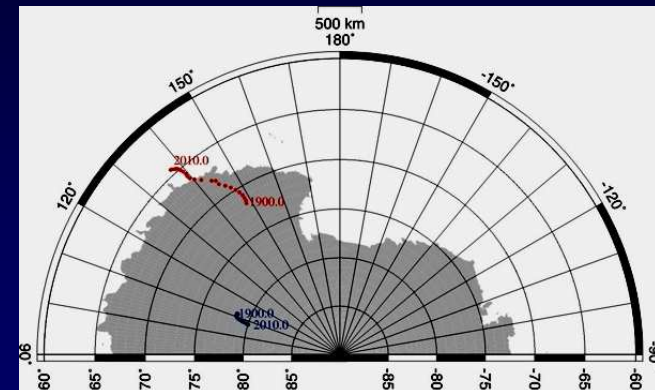
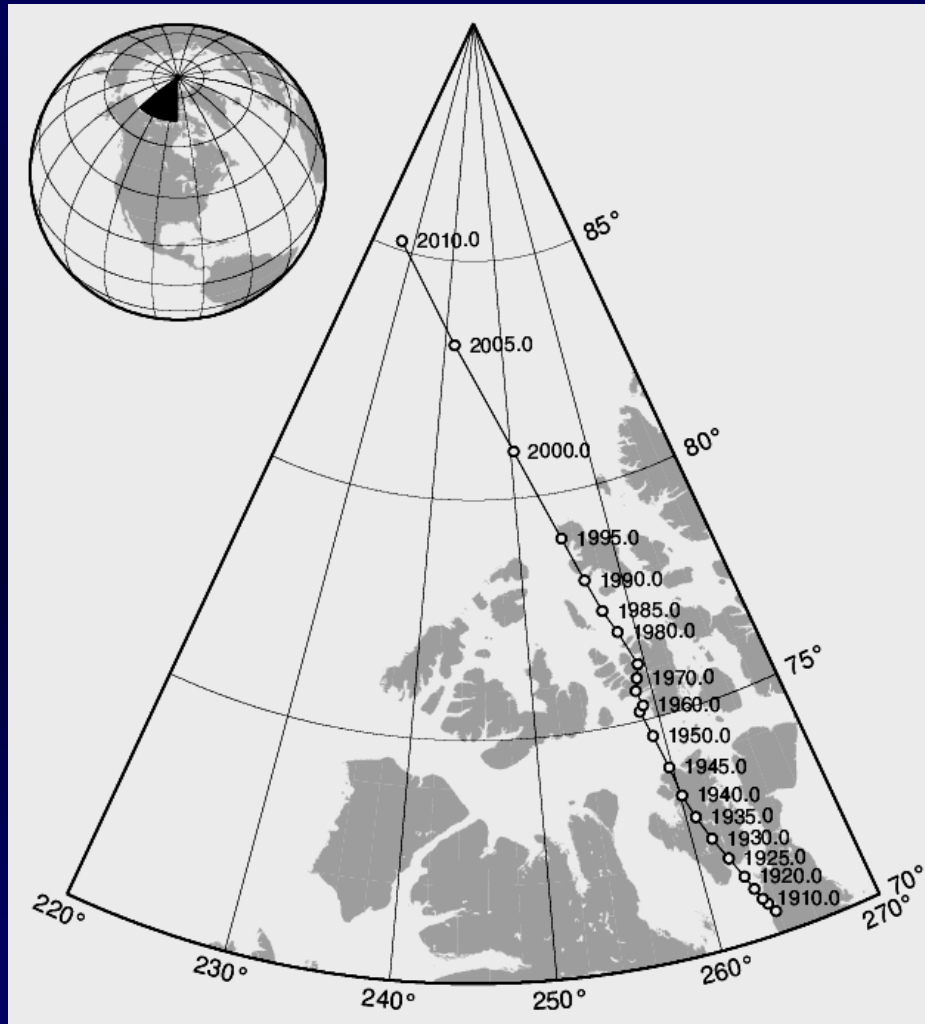
National Imagery and Mapping Agency 0.25 Degree WGS-84 Geoid Model

Shaded Relief (light from 315° azimuth, 80° elevation) by Peter H. Dana 6/6/97

Wysokość n.p.m. zależy od układu odniesienia

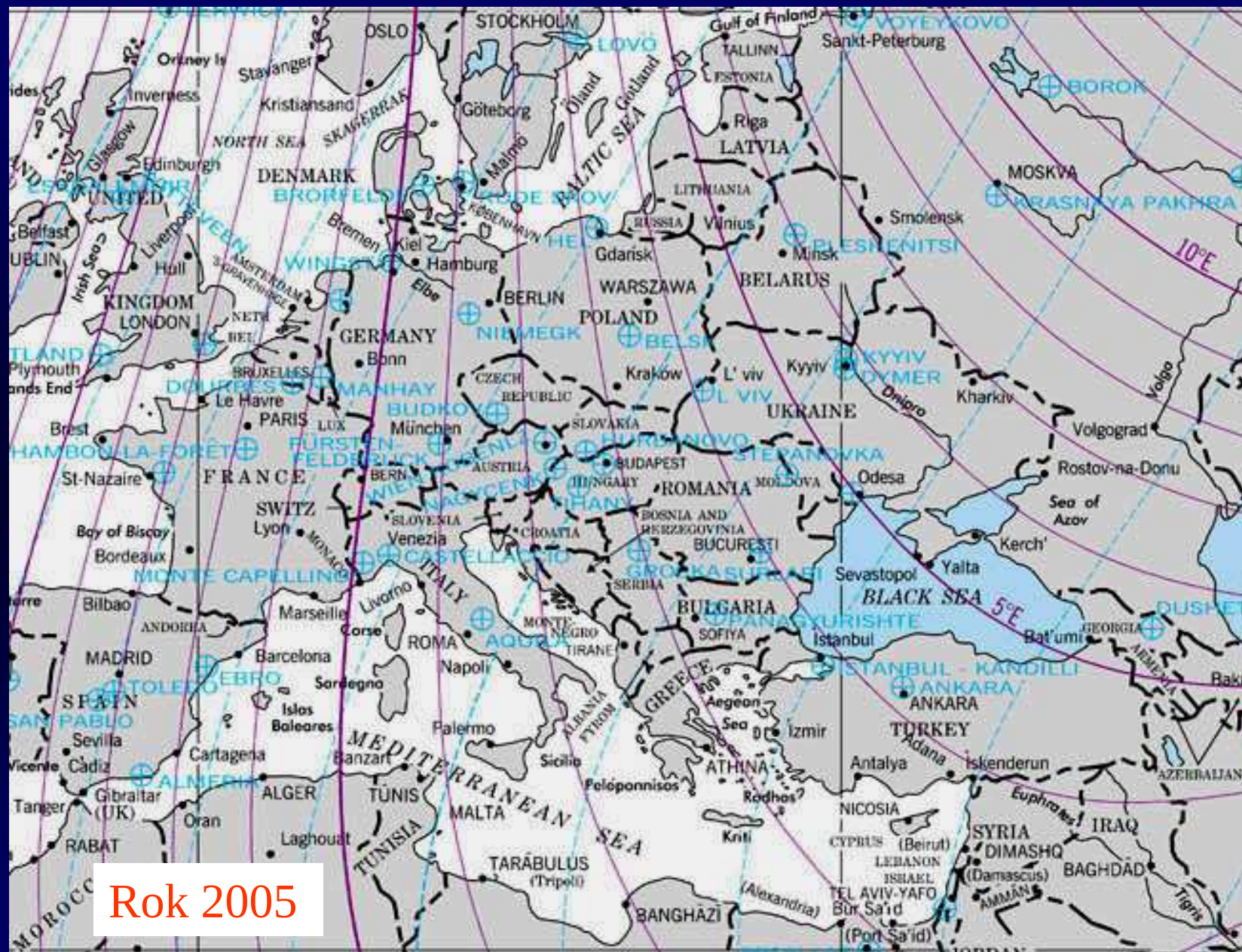


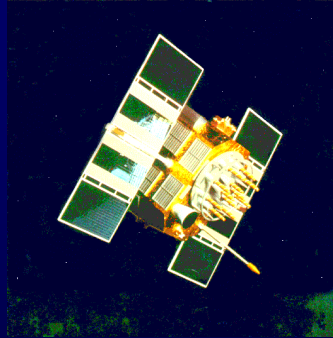
Biegun magnetyczny



Deklinacja magnetyczna

- Deklinacja magnetyczna to kąt pomiędzy rzeczywistym kierunkiem N na wskazaniach kompasu magnetycznego
- Deklinacja jest zmienna w czasie. Jej wartość oraz tempo zmian podają mapy nawigacyjne na dany rok
- Deklinację magnetyczną liczy się od rzeczywistego (geograficznego) południka na wschód i zachód, od 0 do 180° . Wartość deklinacji jest dodatnia lub ujemna.
- Dodatnia (E) jest wtedy gdy południk magnetyczny jest odchylony od południka rzeczywistego w prawo, na wschód.
- Ujemna (W) wartość deklinacji jest wtedy gdy południk magnetyczny jest odchylony od południka rzeczywistego w lewo, na zachód.





Nawigacja satelitarna

- **System GPS**

(satelity na wysokości 20200km,
na 6 orbitach nachylonych pod kątem 55°)

- **System GALILEO**

- **Stacje naziemne kontroli orbit**

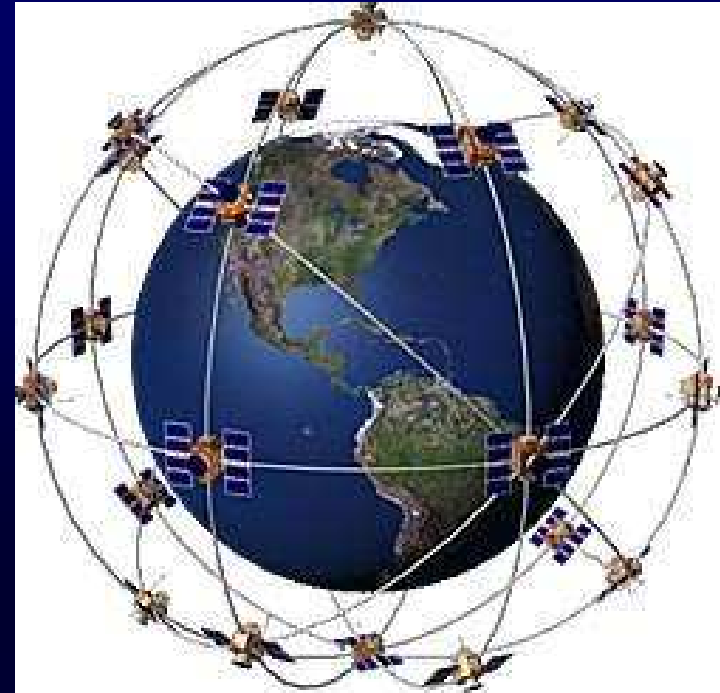
(np: Borówiec pod Poznaniem)

Każdy satelita nadaje sygnał czasu i parametry swojej orbity.
Odbiornik oblicza współrzędne satelity x,y,z oraz poprawkę zegara

Potrzeba sygnału co najmniej 4 satelitów aby obliczyć pozycję z równań opisujących odległość satelity od obserwatora w układzie prostokątnym:

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = c^2 (t-t_0)^2$$

W.Ogłóza, Astronomia, Wykład 2



Masa Ziemi

Eksperyment Cavendisha

Można porównać ciężar ciała i siłę grawitacji:

$$\cancel{m}g = G \frac{M \cancel{m}}{R^2}$$

gdzie: M - oznacza niewiadomą masę obiektu (np.: Ziemi).

g – przyspieszenie grawitacyjne (na Ziemi $g=9.81\text{m/s}^2$)

R – promień ciała niebieskiego ($R_{\text{Ziemi}}=6371\text{km}$)

są znane więc można obliczyć masę Ziemi M :

$$M = g R^2 / G$$

gdybyśmy tylko znali stałą G

Podobne zależności można stosować do innych obiektów astronomicznych!

Eksperyment Cavendisha

Zastosowano wagę skręceń dla wyznaczenia G

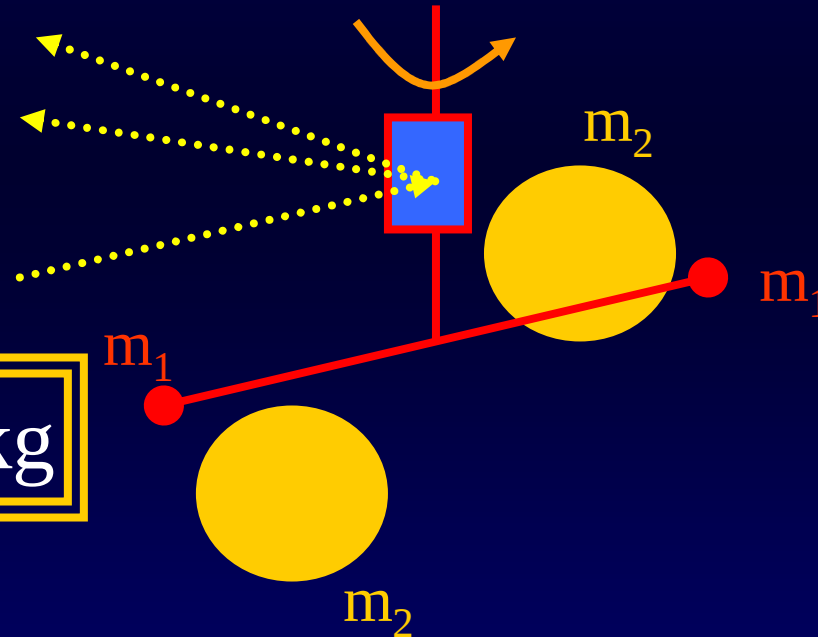
$$G = 6.67259 \cdot 10^{-11}$$

$[\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}]$

z czego wynika

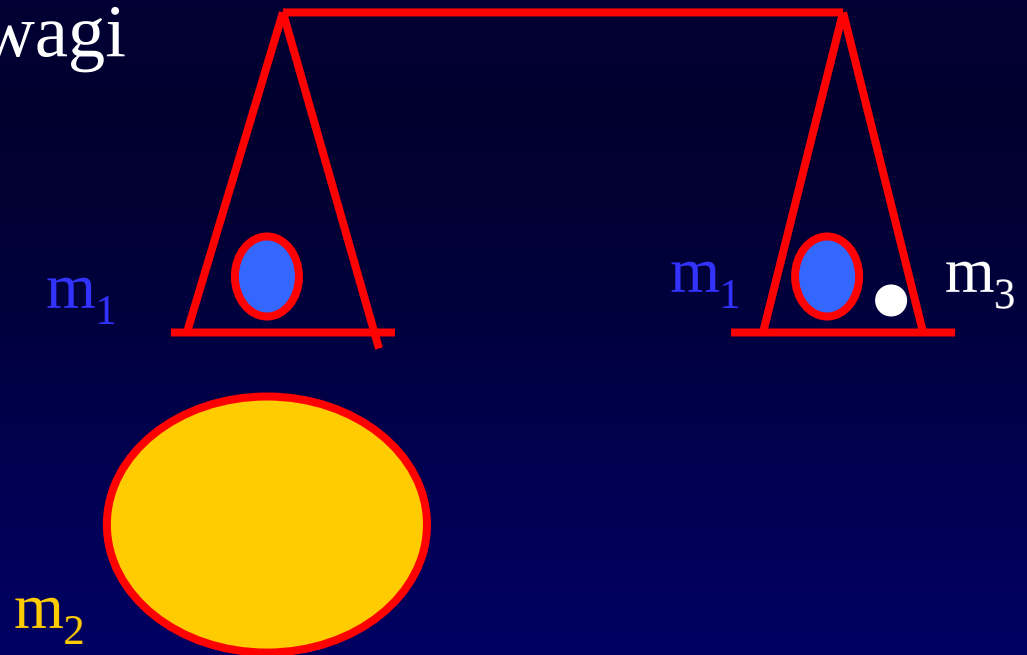
$$M_{\text{Ziemi}} = 5.9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

gęstość Ziemi 5520 kg/m^3



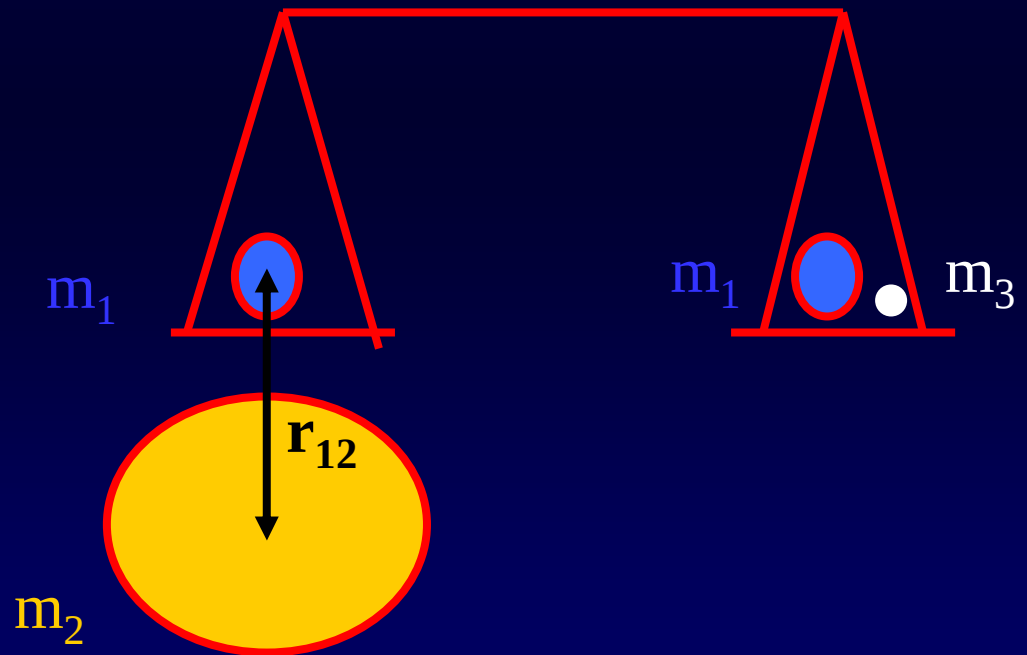
Eksperyment Jolly'ego

- Zrównoważono czułą wagę
- Podtoczono masę m_2 co wytrąciło wagę z równowagi
- Dodano masę m_3 dla ponownego zrównoważenia szalek



Eksperyment Jolly'ego

$$\frac{G m_1 m_2}{r_{12}^2} = \frac{G M_z m_3}{R_z^2}$$



Ruch obrotowy Ziemi

Efekty ruchu wirowego Ziemi

- Zjawisko dnia i nocy
- Spłaszczenie Ziemi przez siłę odśrodkową bezwładności
- Zależność ciężaru od szerokości geograficznej
- Siła Coriolisa
- Zmiana płaszczyzny wahań wahadła Foucaulta

Zmierzchy i świty

Zjawisko:

- Zachód, wschód

- Zmierzch cywilny

- Zmierzch nautyczny

- Zmierzch
 astronomiczny

- Noc astronomiczna

Wysokość Słońca :

- $h = 0^0$ (bez refrakcji)

- $h = -51'$ (z refrakcją i uwzględnieniem promienia tarczy słonecznej)

- $0^0 > h \geq -6^0$ **Jest jasno**

- $-6^0 > h \geq -12^0$

Nie można czytać bez światła

- $-12^0 > h \geq -18^0$

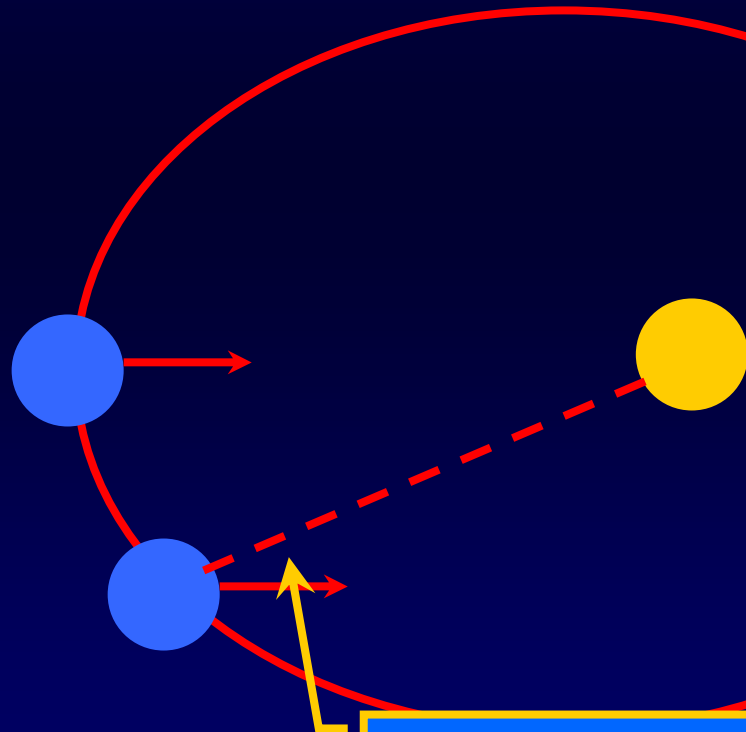
Widać jasne gwiazdy

- $-18^0 > h$

Nie widać żadnej części oświetlonej atmosfery ziemskiej

Obrót Ziemi

- Okres obrotu Ziemi trwa 23h 56m 04.09s
- Ziemia obraca się z zachodu na wschód



Ponieważ Ziemia przemieszcza się wokół Słońca, to po obrocie o kąt 360° musi obrócić się jeszcze dodatkowo o ok. 1° aby Słońce wróciło na swoją pozycję. Trwa to około 4 minut. Zatem doba słoneczna trwa 24^h i jest dłuższa od doby gwiazdowej

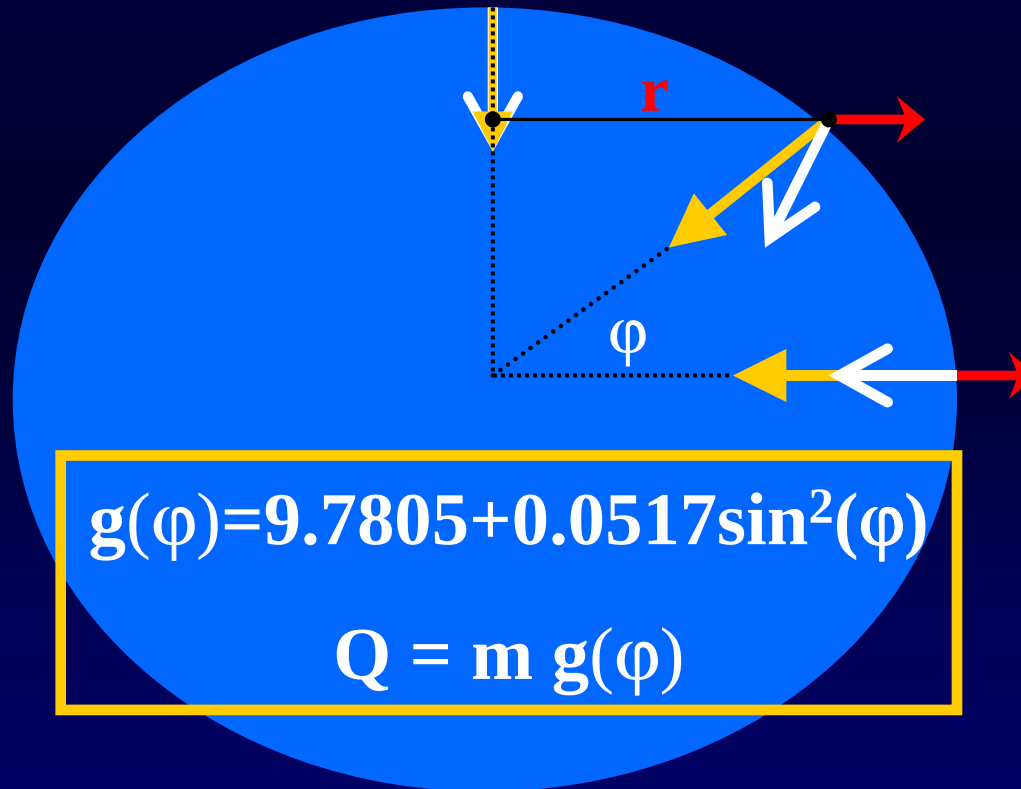
Kąt $\sim 1^\circ$ (zależy od pozycji Ziemi na orbicie)

Siła odśrodkowa bezwładności

$$\vec{F}_{\text{odś}} = mv^2/r$$

$$\vec{F}_g = mg_{\text{graw}}$$

$$\vec{Q} = \vec{F}_g - \vec{F}_{\text{odś}}$$



$$g(\varphi) = 9.7805 + 0.0517 \sin^2(\varphi)$$

$$Q = m g(\varphi)$$

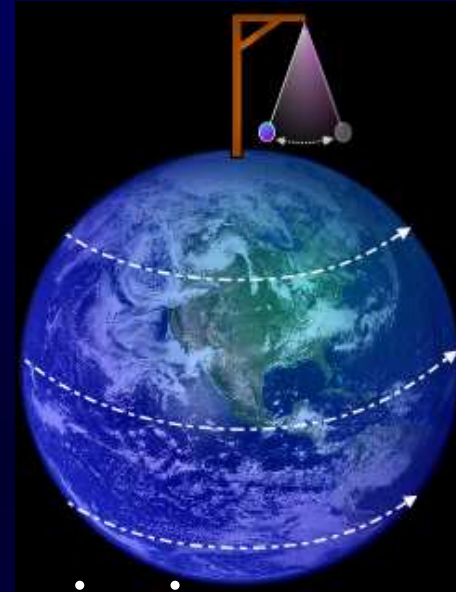
g – przyspieszenie

Q – ciężar

φ – szer. geog.

Wahadło Foucaulta

- Na biegunie płaszczyzna wahań jest stała w przestrzeni (zasada zachowania momentu pędu)
- Dla obserwatora związanego z wirującą Ziemią płaszczyzna wahań będzie się pozornie skręcać a okres jej obrotu będzie równy okresowi obrotu Ziemi



Wahadło Foucaulta

- Poza biegunem płaszczyzna wahań nie może być stała gdyż porusza się punkt zamocowania wahadła
- Zaobserwowano, że poza biegunem okres obrotu płaszczyzny wahań będzie zależał od szerokości geograficznej φ :

$$P = T / \sin (\varphi) = (23\text{h } 56\text{m } 04.09\text{s}) / \sin (\varphi)$$