



STAŁE: $\pi = 3.14159268...$ $e = 2.718281828...$
 Jednostka astronomiczna 1 AU = 149.6 mln km = $8^m 19^s$ świetlnych
 Rok świetlny [l.y.] = $c \cdot t = 9460730472580800 \text{ m} = 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m}$
 Prędkość światła w próżni $c = 299792458 \text{ m/s}$
 Długość roku podana w sekundach $t_{1900} = 31556925.97474 \text{ s}$
 $1 \text{ rok} = 365.2421896698 - 6.15359 \cdot 10^{-5} \cdot T - 7.29 \cdot 10^{-10} \cdot T^2 + 2.64 \cdot 10^{-10} \cdot T^3 \text{ dni}$
 (T – ilość stuleci od 2000 roku)
 $1 \text{ parsek} = 3.085678 \cdot 10^{16} \text{ m} = 206265 \text{ AU} = 3.26 \text{ lat św. (l.y.)}$
 Stała grawitacji: $G = 6.67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
 Przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni: $g = G \cdot M/R^2$ Ciężar $Q = m \cdot g$
 Dla Ziemi : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ dokładnie: $g(\varphi) = 9.7805 + 0.0517 \sin^2(\varphi)$ (z efektami spłaszczenia i rotacji)

Ziemia promień średni = 6371 km
 równikowy = 6378137.0 m biegunowy = 6356087.0 m, spłaszczenie $s = 1/298.25722356$
 Masa Ziemi: $M_{\text{Ziemi}} = 5.9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ gęstość Ziemi 5520 kg/m^3
 Doba gwiazdowa 23h 56m 04.09s = 86164.09 s

Księżyc: Masa: $7.347 \cdot 10^{22} \text{ kg} = 1/81,301 M_{\oplus}$
 Promień: 1738 km = $0.27 R_{\oplus}$ (promienia Ziemi) Średnica kątowna $\sim 30'$
 Orbita: $e = 0.05$, $a = 384.4 \cdot 10^3 \text{ km}$, $i = 5.1^\circ$

Średni miesiąc synodyczny: **29.5305882 doby**
 $(29.53058888531 + 0,000000021621 \cdot T - 3,64 \cdot 10^{-10} \cdot T)$ T – ilość stuleci od 2000

Miesiąc gwiazdowy: **27.321661 doby**
 Cykl pływów powtarza się 2 razy na $24^h 50.5^m$
 wspólny środek masy znajduje się pod powierzchnią Ziemi (4670 km od środka)

Słońce: Masa: $1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ Średnica: 1392000 km
 Średnica kątowna: $32'$ Okres obrotu: 25.38 dnia
 $m_{\text{obs}} = -26 \text{ mag.}$ $M_{\text{abs}} = 4,96 \text{ mag.}$
 Typ widmowy: G2 Natężenie światła: $3.02 \cdot 10^{25} \text{ cd}$
 Moc promieniowania: $3.82 \cdot 10^{26} \text{ W}$ Temperatura powierzchni: 5810 K
 Stała słoneczna poza atmosferą: $1360 \text{ Jm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

nazwa planety	wielka półoś a [AU]	mimośrodek e	nachylenie orbity i [°]	peryhelium [AU]	aphelium [AU]	masa [M _Z]	promień równikowy [R _Z]	okres obiegu [lata]
Merkury	0.3871	0.2056	7°	0.3075	0.4667	0.0553	0.382	0.241
Wenus	0.7233	0.0068	3°24'	0.7184	0.7282	0.8150	0.949	0.615
Ziemia	1.000	0.0167	0°	0.9833	1.0167	1.000	1.00	1.000
Mars	1.5237	0.0934	1°51'	1.3814	1.6660	0.1074	0.533	1.881
Jowisz	5.2026	0.0479	1°18'	4.9534	5.4518	317.89	11.2	11.86
Saturn	9.5548	0.0559	2°29'	9.0207	10.089	95.2	9.41	29.46
Uran	19.218	0.0477	0°46'	18.301	20.135	14.56	3.98	84.0
Neptun	30.110	0.0079	1°46'	29.872	30.348	17.24	3.81	164.8

Miara czasowa kątów: (stosowana dla kąta godzinnego, rektascensji)

$$360^\circ = 24^h \quad / :24$$

$$15' = 1^m$$

$$15^\circ = 1^h$$

$$15' = 60^s \quad / :15$$

$$15^\circ = 60^m \quad / :15$$

$$1' = 4^s$$

$$1^\circ = 4^m$$

$$60'' = 4^s \quad / :4$$

$$60' = 4^m \quad / :4$$

$$15'' = 1^s$$

Trójkąt Sferyczny

A B C – kąty wierzchołki

a b c – kąty „boki”

$$\sin a / \sin A = \sin b / \sin B = \sin c / \sin C$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

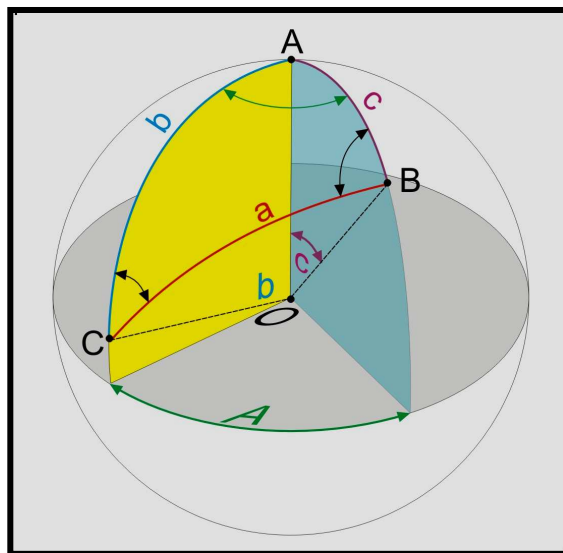
$$\sin A / \sin a = \sin B / \sin b = \sin C / \sin c$$

jesli a b c są małe to:

$$\sin A / a = \sin B / b = \sin C / c$$

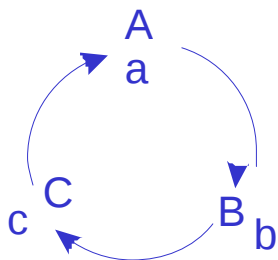
$$\operatorname{ctg} a \sin c = \cos c \cos B + \operatorname{ctg} A \sin B$$

$$\operatorname{ctg} a \sin b = \cos b \cos C + \operatorname{ctg} A \sin C$$



Nadmiar sferyczny (ε) sfery o prom. R: $A+B+C=180^\circ+\varepsilon = \pi ABC / R \quad \varepsilon=ABC / R$

Reguła zmian oznaczeń:



Ortodroma (minimalna odległość miejsc A i B na powierzchni Ziemi):

φ - szerokość geograficzna, λ - długość geograficzna

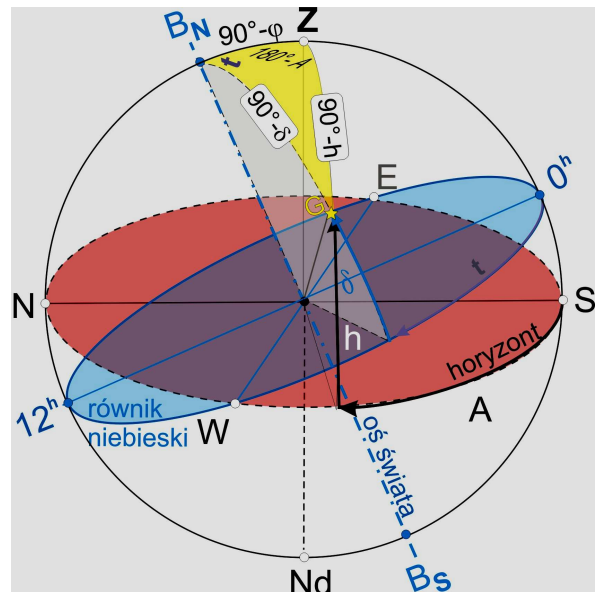
$$\cos a = \cos(90^\circ - \varphi_B) \cdot \cos(90^\circ - \varphi_A) + \sin(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(\lambda_B - \lambda_A)$$

$$a = \arccos(\cos a)$$

$$\text{odległość } x = a [^\circ] \cdot 111.2 [\text{km}/^\circ] = a \cdot 2\pi R / 360^\circ \quad R=6371 \text{ km}$$

Trójkąt paralaktyczny:

- | | |
|-----------|--|
| A | - azymut |
| h | - wysokość |
| t | - kąt godzinny |
| δ | - deklinacja |
| φ | - szerokość geograficzna = h bieguna N |
| C | - kąt paralaktyczny (przy gwiazdzie) |



$$\sin(90^\circ - \delta) / \sin(180^\circ - A) = \sin(90^\circ - h) / \sin t = \sin(90^\circ - \phi) / \sin C$$

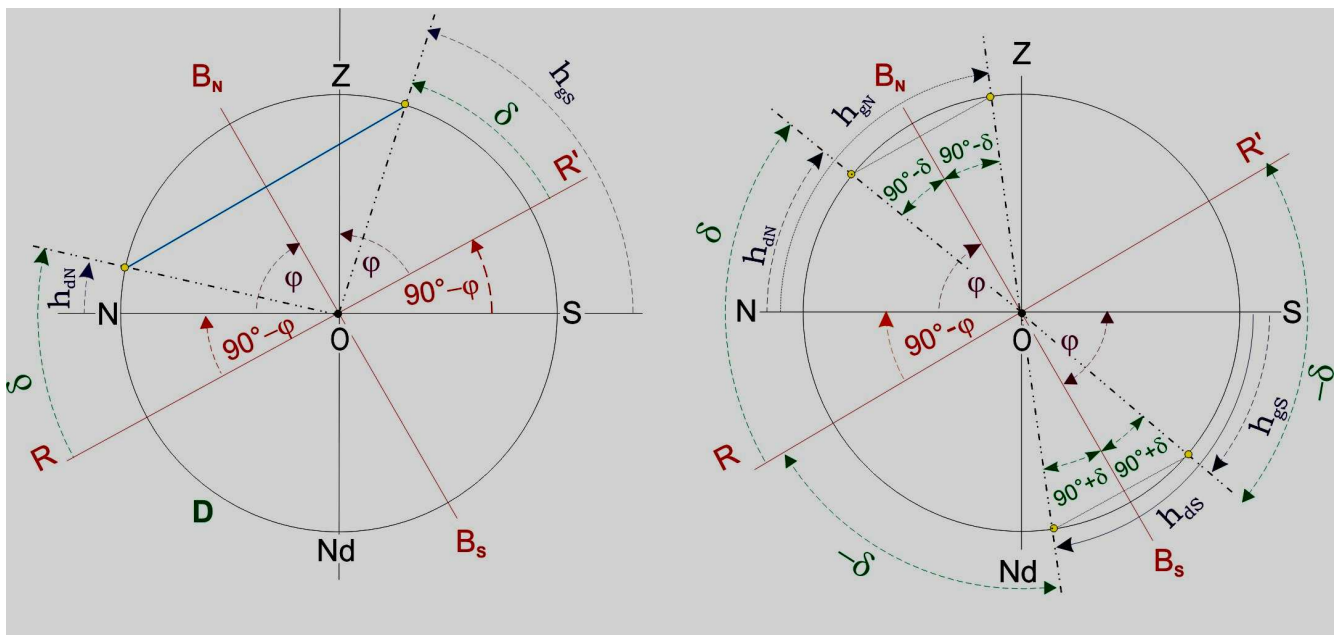
$$\sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos t = \cos(90^\circ - h) \cdot \sin(90^\circ - \phi) - \sin(90^\circ - h) \cdot \cos(90^\circ - \phi) \cdot \cos(180^\circ - A)$$

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - h) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - h) \cdot \sin 90^\circ - \phi \cdot \cos(180^\circ - A)$$

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \phi) \cdot \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \phi) \cdot \sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos(t)$$

dla $h=0$ (np.: wschód, zachód środka Słońca bez refrakcji):

$$\cos A = -\sin(\delta) / \cos(\varphi); \quad \cos(t) = -\operatorname{tg}(\delta) \cdot \operatorname{tg}(\varphi)$$



wysokość górowania (po południowej stronie nieba)

$$\mathbf{h}_{\text{gs}} = 90^\circ - \varphi + \delta$$

jeśli $h_{gs} < 0^\circ$ - obiekt góruje pod horyzontem (dla Słońca oznacza to noc polarną)

jeśli $h_{gs} > 90^\circ$ to obiekt góruje pomiędzy Zenitem a Biegunem.

Wtedy stosujemy wzór na **górowanie północne** $\mathbf{h_{gN} = \varphi + 90^\circ - \delta}$

$$\mathbf{h}_{\text{gN}} = \boldsymbol{\varphi} + 90^\circ - \delta$$

Wysokość dołowania: $h_{dN} = \varphi + \delta - 90^\circ$

wynik $h_{dN} < -90^\circ$ oznacza dołowanie po stronie południowej
(pomiędzy Nadirem a Biegunem Południowym) stosuje się wtedy wzór:

$$h_{dS} = -90^\circ - \varphi - \delta$$

Dzień polarny:	Słońce nie zachodzi	$h_d > -51'$ *
Biała noc cywilna:	jest ciągle widno	$h_d > -6^\circ$
Biała noc nautyczna	nie widać gwiazd	$h_d > -12^\circ$
Biała noc astronomiczna	niebo rozświetlone	$h_d > -18^\circ$
Polarna noc zupełna	brak rozświetlenia	$h_g < -18^\circ$
Noc polarna	Słońce nie wschodzi	$h_g < -51'$ *

* Z uwzględnieniem refrakcji $35'$ i rozmiarów tarczy Słońca $r=16'$

Jasności gwiazd: $M = m + 5 - 5 \cdot \log D$; $m = -2.5 \log I - 13.98$; $m_1 - m_2 = 2.5 \cdot \log(I_2/I_1)$
M jasność absolutna, m – obserwowana, D – odległość w parsekach

Teleskopy:

F, f – odległość ogniskowa obiektywu, okularu,	D, d – średnica obiektywu, okularu
Zdolność rozdzielcza $\rho = 2.44 \cdot \lambda / D$	dla światła $\rho ["] = 12/D(\text{cm})$
Powiększenie $p = F/f = D/d$,	pow. rozdzielcze $= 1'/\rho ["] = 5 \cdot D [\text{cm}]$,
Powiększenie minimalne $= D[\text{mm}]/6$ (bez start światła dla źrenicy oka 6mm)	
Światłosiła $= D/F$,	
Jasność powierzchniowa obrazu	$B \sim (D/F)^2$
Rozmiary liniowe obrazu	$L = 2 \cdot F \cdot \tan(\alpha[\text{rad}]/2) \approx 0.0175 \cdot \alpha[^\circ] \cdot F$
Zasięg [w wielkościach gwiazdowych]	$m = 2.1 + 5 \log(D [\text{mm}])$

Obniżenie horyzontu: $\alpha ['] = 1.779 (H [\text{m}])^{1/2}$ H – wysokość nad pow. Ziemi

Zasięg widoczności: $D [\text{km}] = 3.86 (H [\text{m}])^{1/2}$

Szerokość geograficzna φ i geocentryczna φ' : $\varphi' - \varphi = -11.5' \sin(2\varphi) [']$

Rozmiar elipsy wywołanej zjawiskiem aberracji światła: $\alpha = 20.5 \sin(\beta)$ (β - szer. ekliptyczna *)

Refrakcja $h_{\text{prawdziwe}} = h_{\text{obserwowane}} - R$;

$$\text{Dla } h_0 > 35^\circ: R \approx 1' \cdot \tan(z_{\text{obs}}) = 1' \cdot \tan(90^\circ - h_{\text{obs}})$$

$$R = 1.02 \cotg(h_0 + 7.31/(h_0 + 4.4))$$

$$\text{Poprawka na efekty ciśnienia i temperatury } R = R \cdot (P/1013.25) \cdot (283/(t+273.15)). t [^\circ\text{C}] p [\text{mbar}]$$

Siła Coriolisa:

$F = 2mV\omega \sin(\alpha)$, V – prędkość, α – kąt pomiędzy V i ω , m – masa ciała

ω – wektor prędkości kątowej Ziemi (skierowany ku północnemu biegunowi niebieskiemu)

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 1.160576 \cdot 10^{-5} [1/\text{s}]$$

Pionowa składowa: $\omega_{\perp} = \omega \sin(\varphi)$, (odchyłanie ruchów poziomych w prawo na półkuli N)

Pozioma składowa: $\omega_{\parallel} = \omega \cos(\varphi)$ (odchyłanie ciał spadających w kierunku wschodnim)

Składowa odchyłająca w bok dla ruchu poziomego: $F = 2mV\omega \cos(\varphi)$

Zmiana ciężaru w ruchu poziomym: $F = 2mV\omega \cos(\varphi) \sin(\alpha)$

gdzie $\alpha = 180^\circ + A$ (A – azymut kierunku ruchu)

Okres obrotu płaszczyzny wahadła Foucaulta: $P = T / \sin(\varphi) = (23\text{h } 56\text{m } 04.09\text{s}) / \sin(\varphi)$

Czas: (T – czas, t – kąt godzinny, (P☉) słońce prawdziwe, (S☉) Słońce średnie)

Związek kąta godzinnego, czasu gwiazdowego i rektascensji: $t = T^* - \alpha$

Czasy lokalne są zależne od długości geograficznej

Czas gwiazdowy T^* to kąt godzinny punku Barana (γ) $T^* = t_\gamma$

$T^* = \alpha_{\text{gór}}$ rektascensja gwiazd górujących

Czas prawdziwy słoneczny $T_{p_\odot} = t_\odot + 12^h$ Czas średni słoneczny $T_{s_\odot} = t_{s_\odot} + 12^h$

$T_{p_\odot} = T_{s_\odot} + R$ R - równanie czasu (z tablic)

Różnica tych samych czasów lokalnych równa jest różnicy długości geograficznych wyrażonych

w mierze czasowej $T_2 - T_1 = \lambda_2 - \lambda_1$

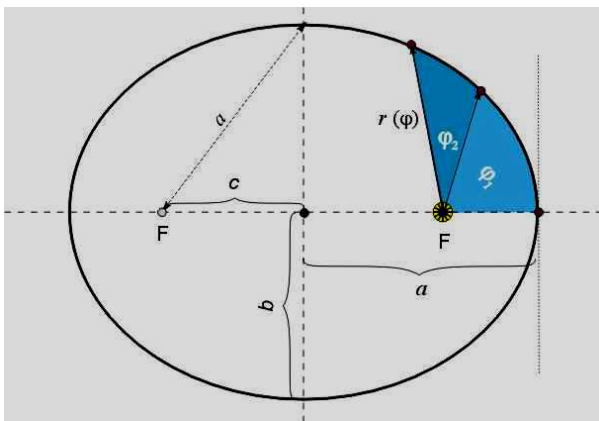
Czas strefowy to czas średni słoneczny południka centralnego danej strefy

Zmiana czasu w Polsce: czas zimowy (CSE) na letni (CWE) zmieniamy w nocy po ostatniej sobocie marca (dodajemy 1 h), powrotem odejmujemy godzinę po ostatniej sobocie października

Równanie czasu: $R = -7.7 \cdot \sin(79^\circ + L) + 9.5 \sin(2 \cdot L)$ L – długość ekliptyczna słońca prawdziwego)

Dni Juliańskie (ciągła rachuba dni): [] oznacza część całkowitą, R - rok, M - miesiąc, D - dzień

$JD = 367R - [(7(R + [(M + 9)/12]))/4] + [275M/9] + D + 1721013,5 + UT^h/24^h$



Elipsa:

$$r(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \varphi}$$

a – półś wielka,

b – mała,

c – odległość ogniskowa (ognisko –środek)

Mimośród $e=c/a$ $a^2 = b^2 + c^2$

Odległości Peryhelium $q=a(1-e)$,

Aphelium $Q=a(1+e)$, $b^2=q \cdot Q$

III prawo Keplera $P^2=a^3$ (P –okres w latach, a – rozmiar orbity w AU)

Uogólnione:

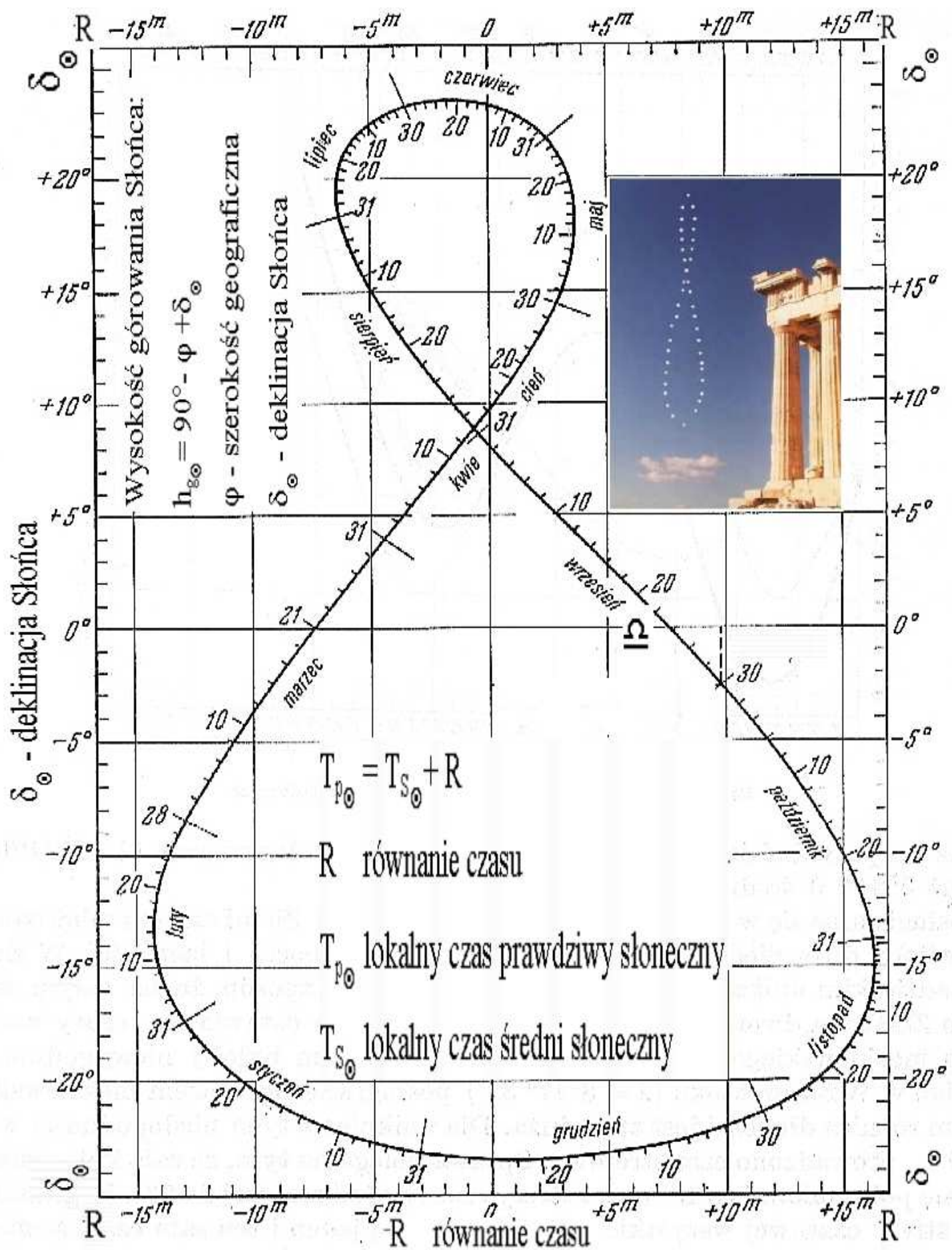
$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G}{4\pi^2} (m_1 + m_2)$$

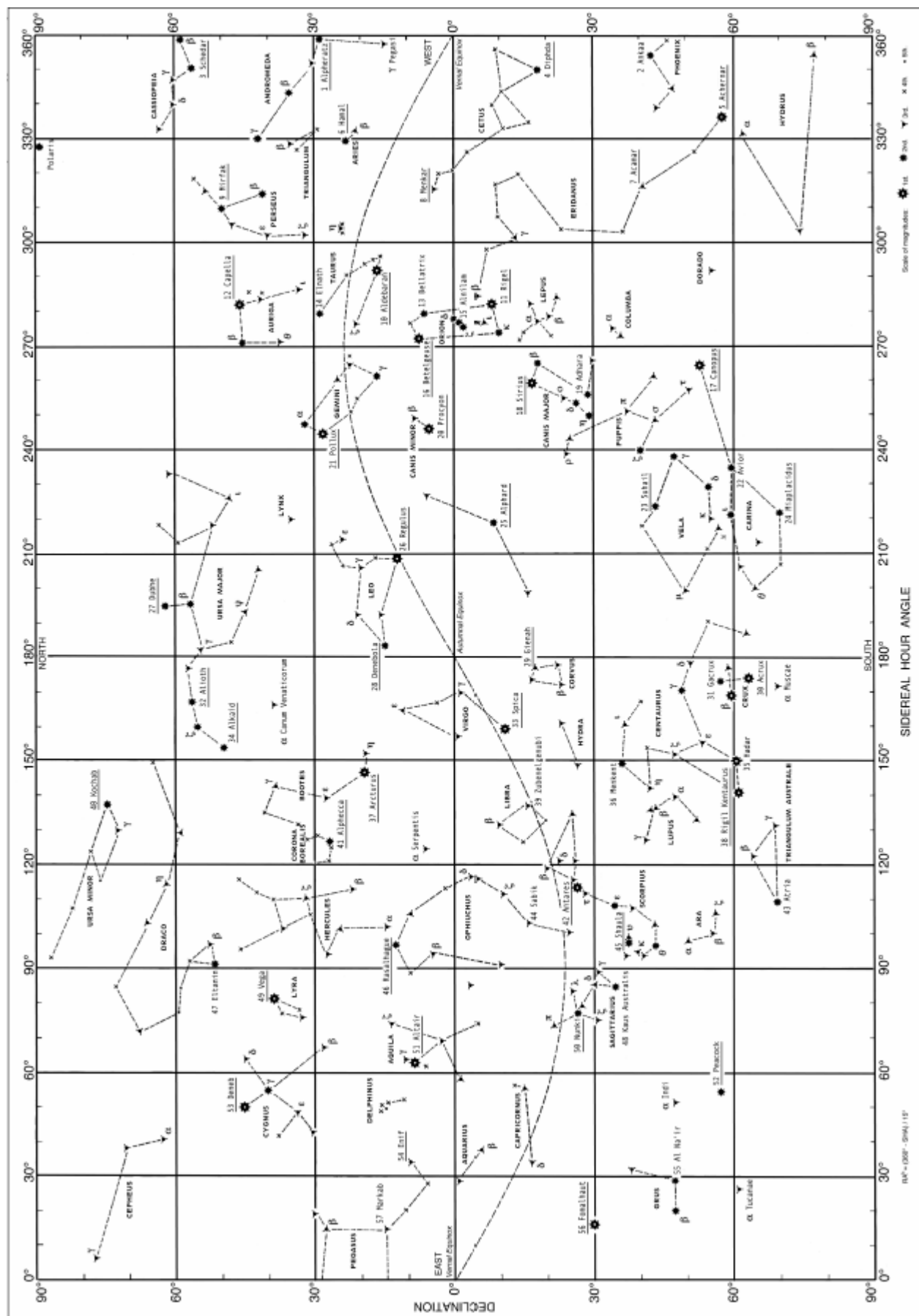
I prędkość kosmiczna $V_I^2 = GM_\oplus / R$ ($M_\oplus$ –masa Ziemi, R – promień orbity)

II prędkość kosmiczna $V_{II}^2 = 2GM_\oplus / R$

Prędkość w odległości r od ogniska: $V^2(r) = GM(2/r - 1/a)$

Siła odśrodkowa $F_o = mV^2 / R$





Data	Rektascensja α [^h ^m]	Deklinacja δ [^o ']
1 stycznia	18 ^h 47 ^m	-22°59'
16 stycznia	19 52	-20 55
1 lutego	20 59	-17 05
15 lutego	21 55	-12 39
1 marca	22 49	-7 34
16 marca	23 44	-14 13
1 kwietnia	0 42	4 33
16 kwietnia	1 37	10 08
1 maja	2 34	15 05
16 maja	3 32	19 06
1 czerwca	4 37	22 03
16 czerwca	5 39	23 20
1 lipca	6 41	23 06
16 lipca	6 42	21 21
1 sierpnia	8 46	18 00
16 sierpnia	9 43	13 43
1 września	10 42	8 15
16 września	11 36	2 37
1 października	12 30	-3 11
16 października	13 25	-8 53
1 listopada	14 26	-14 26
16 listopada	15 26	-18 44
1 grudnia	16 29	-21 48
16 grudnia	17 35	-23 18

Współrzędne geograficzne wybranych miast na Ziemi.

W tej tabeli przyjęto nową konwencję dla λ , t.j. $\lambda > 0$ dla długości wschodniej (E).

Miasto	Długość geograficzna λ	Szerokość geograficzna φ
Amsterdam	+0 ^h 19 ^m 30 ^s = 4° 52' E	+52° 22' N
Buenos Aires	-3 ^h 53 ^m 24 ^s = 58° 21' W	-34° 37' S
Honolulu	-10 ^h 31 ^m 18 ^s =157°50' W	+21° 18' N
Kraków	+1 ^h 20 ^m 00 ^s = 19°58' E	+50° 04' N
La Paz	-4 ^h 32 ^m 30 ^s = 68°08' W	-16° 30' S
Los Angeles	-7 ^h 53 ^m 13 ^s = 118°18' W	+34° 07' N
Melbourne	+9 ^h 39 ^m 54 ^s =144°58'E	-37° 50' S
Moskwa	+2 ^h 30 ^m 18 ^s =37°34'E	+55° 45' N
Sztokholm	+1 ^h 12 ^m 20 ^s =18°04' E	+59° 21' N
Tokio	+9 ^h 53 ^m 13 ^s = 139°33'E	+35° 40' N
Toronto	-5 ^h 17 ^m 37 ^s =79°24' W	+43° 40' N